

Esquemas de Modulação Codificada Espectralmente Assimétricos

Antonio Cláudio F. Pessoa e Dalton Soares Arantes

Neste trabalho, é apresentada uma classe de esquemas de modulação codificada controlados por códigos de bloco binários que utilizam constelações regulares combinando FSK e PSK mas com características espectrais particulares, em que se verifica assimetria espectral em torno da frequência central. Os sinais codificados apresentam envoltória constante, interessante para aplicação em canais não-lineares. Aspectos referentes à decodificação são comentados brevemente.

1. Introdução

Sayegh [1] propôs uma classe de esquemas de modulação codificada em uma e duas dimensões, controlados por códigos de bloco binários. Seu processo de construção multi-linha é creditado a Imai e Hirakawa [2], tendo sido também utilizado por Cusack [3] no projeto de esquemas combinando constelações QAM com códigos de Reed-Muller. A mesma técnica de construção será aqui adotada, estendendo-se os resultados obtidos a constelações em três e quatro dimensões.

Seja C o conjunto de M sinais da constelação Q -dimensional adotada

$$C = \{c_0(t), c_1(t), \dots, c_{M-1}(t)\} \quad (1)$$

cada qual associado a uma representação binária distinta

$$b^i = \left\{ \begin{matrix} (i) & (i) & & (i) \\ b_0 & b_1 & \dots & b_{m-1} \end{matrix} \right\}, \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2)$$

A.C.F. Pessoa é Pesquisador do CPqD – TELEBRÁS, Caixa Postal 1579, 13100, Campinas, SP.
D.S. Arantes é Professor da Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP, Caixa Postal 6101, 13081, Campinas, SP.

onde m é o logaritmo na base 2 de M . Esta representação binária dos sinais segue o mapeamento por partição de conjuntos, introduzido por Ungerboeck [4].

O processo de codificação é descrito a seguir. Seja V uma matriz $m \times N$, binária, onde N é o comprimento das palavras codificadas.

$$V = \begin{bmatrix} V_{0,0} & V_{0,1} & \dots & V_{0,N-1} \\ V_{1,0} & V_{1,1} & \dots & V_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ V_{m-1,0} & V_{m-1,1} & \dots & V_{m-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

A cada linha i de V , $i = 0, 1, \dots, m-1$, é atribuída uma palavra de um código de bloco binário $B_i(N, K_i, d_i)$, onde K_i é o número de bits de informação deste código e d_i sua distância mínima de Hamming. Cada coluna j de V , $j = 0, 1, \dots, N-1$, é associada a um sinal $s_j(t)$ do conjunto C , com representação vetorial $(v_{0,j}, v_{1,j}, \dots, v_{m-1,j})$. O bloco de sinais transmitido é dado por

$$s(t) = (s_0(t), s_1(t), \dots, s_{N-1}(t)) \quad (4)$$

O número de bits de entrada do codificador, por bloco transmitido, é $\sum_{i=0}^{m-1} K_i$.

Se R_c é a taxa de codificação, tem-se

$$\sum_{i=0}^{m-1} K_i = mNR_c \quad (5)$$

Para manter a taxa de sinalização de um sistema de referência não-codificado com $M/2$ sinais, deve-se ter

$$R_c = \frac{m-1}{m} \quad (6)$$

e, conseqüentemente,

$$\sum_{j=0}^{m-1} K_j = (m-1)N \quad (7)$$

Pode-se demonstrar [5] que a distância Euclidiana mínima ao quadrado D^2 entre os vetores de sinais codificados é dada por

$$D^2 = \min [d_0 \Delta_0^2, d_1 \Delta_1^2, \dots, d_{m-1} \Delta_{m-1}^2] \quad (8)$$

onde

$$\Delta_j = \min_{r \neq s} |c_r - c_s|^2 \quad (9)$$

com c_r e c_s tais que se $b_\ell^{(r)} \neq b_\ell^{(s)}$ então $\ell \geq j$ e $c_u = (c_1^{(u)}, c_2^{(u)}, \dots, c_Q^{(u)})$ denotando a representação vetorial do sinal $c_u(t)$, pertencente ao conjunto C de dimensionalidade Q . Tem-se assim

$$c_u(t) = \sum_{q=1}^Q c_q^{(u)} \lambda_q(t) \quad (10)$$

onde

$$\Lambda = \{\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_Q(t)\} \quad (11)$$

é a base de sinais ortonormais adotada. Note-se ainda que em (8), os parâmetros d_j , $j = 0, 1, \dots, m-1$, representam as distâncias mínimas de Hamming dos melhores códigos de bloco binários conhecidos [6] e [7] com comprimento N satisfazendo (7).

O ganho assintótico em relação ao sistema de referência utilizado é dado por

$$G_A = 10 \log_{10} \frac{D^2}{D_{ref}^2} \quad (12)$$

onde D_{ref}^2 é a distância Euclidiana mínima ao quadrado entre os sinais do sistema de referência.

2. Constelações Espectralmente Assimétricas

Os conjuntos de sinais tratados neste trabalho constituem essencialmente uma generalização da classe de constelações estudada por Markman [6], em que se explora uma melhor distribuição dos pontos no espaço de sinais. As constelações consideradas agrupam sinais da forma

$$c_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \left[\frac{1}{\sqrt{1+\delta}} \cos \left(\omega_c t + \frac{\pi h t}{T} + \theta_i \right) + \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{1+\delta}} \cos \left(\omega_c t - \frac{\pi h t}{T} + \phi_i \right) \right], \quad 0 \leq t < T, i = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (13)$$

onde δ , denominado fator de simetria, expressa o desbalanceamento espectral. Considerar-se-á $0 \leq \delta \leq 1$ pois neste intervalo ganhos podem ser obtidos em relação aos sistemas simétricos, que apresentam $\delta=1$. O estudo será concentrado nos casos em que h é inteiro pois sinais com envoltória constante, adequados a canais não-lineares, são obtidos nestas condições.

As funções ortonormais consideradas são

$$\lambda_1(t) = \sqrt{2/T} \cos(\omega_c t + \pi h t / T), \quad 0 \leq t < T \quad (14)$$

$$\lambda_2(t) = -\sqrt{2/T} \sin(\omega_c t + \pi h t / T), \quad 0 \leq t < T \quad (15)$$

$$\lambda_3(t) = \sqrt{2/T} \cos(\omega_c t + \pi h t / T), \quad 0 \leq t < T \quad (16)$$

$$\lambda_4(t) = -\sqrt{2/T} \sin(\omega_c t + \pi h t / T), \quad 0 \leq t < T \quad (17)$$

Desse modo, a representação vetorial dos sinais dados em (13) é do tipo

$$c_i = \left(\frac{1}{\sqrt{1+\delta}} \cos \theta_i, \frac{1}{\sqrt{1+\delta}} \sin \theta_i, \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{1+\delta}} \cos \theta_i, \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{1+\delta}} \sin \theta_i \right) \quad (18)$$

Estes esquemas em 3 e 4 dimensões serão denominados A2F/PxQ-PSK, $P \leq Q$, $P \times Q = M$, com

$$\theta_i \in [0, 2\pi/Q, \dots, 2\pi(M-1)/Q] \quad (19)$$

$$\phi_i \in [0, 2\pi/P, \dots, 2\pi(M-1)/P] \quad (20)$$

Quando $P=2$, o sistema é tri-dimensional; caso contrário, a constelação tem dimensionalidade igual a quatro.

As curvas de capacidade de canal para algumas constelações da classe acima são apresentadas nas **figuras 1 a 3**, para diversos valores de δ , em função da razão sinal-ruído $\gamma = E/N_0$, onde E é a energia média por sinal e N_0 é a densidade espectral unilateral de potência do ruído Gaussiano, branco e aditivo. As componentes do ruído em cada direção ortogonal apresentam média nula e variância $N_0/2$.

Observa-se que a região ótima de δ em relação à capacidade de canal para o sistema A2F/2x4-PSK está em torno de $\delta=0,5$, com ganho teórico de aproximadamente 0,3 dB sobre o sistema espectralmente simétrico, com $\delta=1$. Para o sistema A2F/2x8-PSK, aquela região fica entre $\delta = 0,25$ e $\delta = 0,5$, com ganho teórico de aproximadamente 0,8 dB. Para o sistema A2F/4x4-PSK, o esquema espectralmente simétrico é o mais indicado teoricamente.

Deve-se enfatizar que as limitações impostas pelo processo de construção multi-linha e pelo universo de códigos de bloco binários ótimos conhecidos introduzirão variações com relação aos resultados teóricos citados.

3. Mapeamentos Binários e Relações de Distância

Ao contrário dos esquemas convencionais, a classe de constelações apresentada na seção anterior possibilita a definição de vários bons mapeamentos binários por partição de conjuntos, com diferentes parâmetros de distâncias $\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_{M-1}$ que dependem do fator de simetria Δ . O procedimento para determinação de mapeamentos interessantes e suas respectivas relações de distância é simples para constelações com poucos sinais e é exemplificado a seguir para a constelação A2F/2x4-PSK. Para este conjunto de sinais, as representações vetoriais dos mesmos são

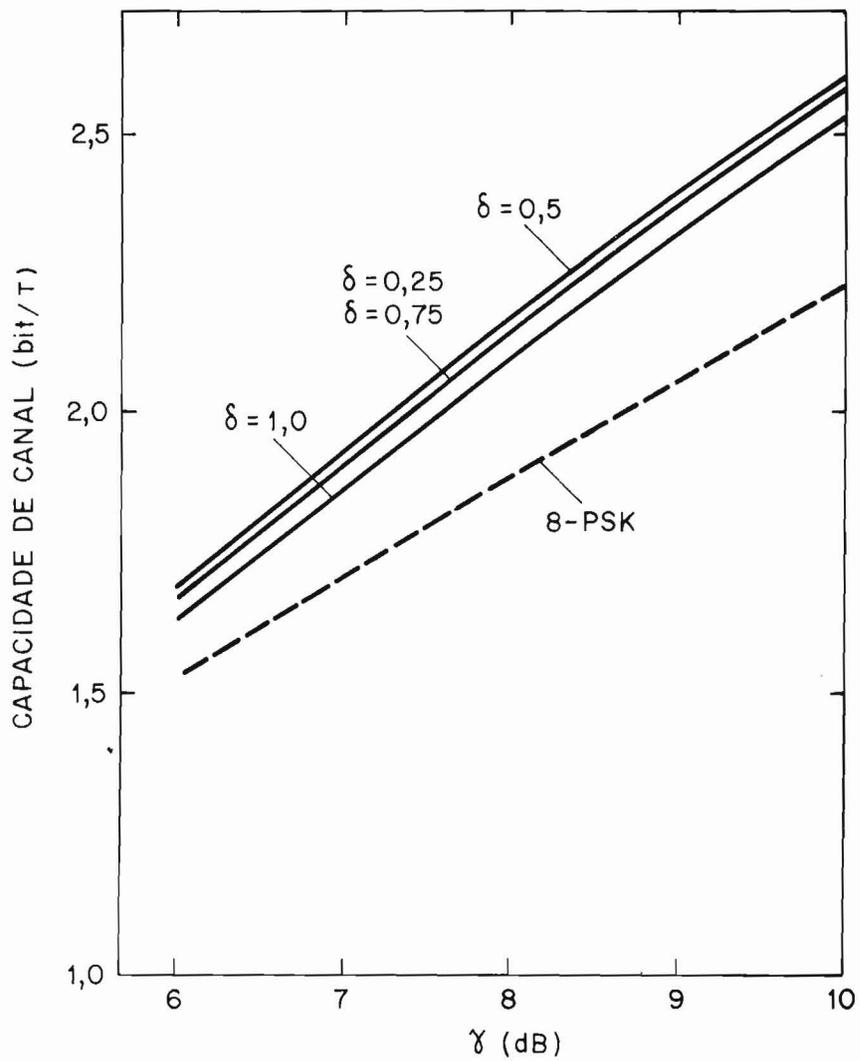


Figura 1. Capacidade de canal para o sistema A2F/2x4 - PSK.

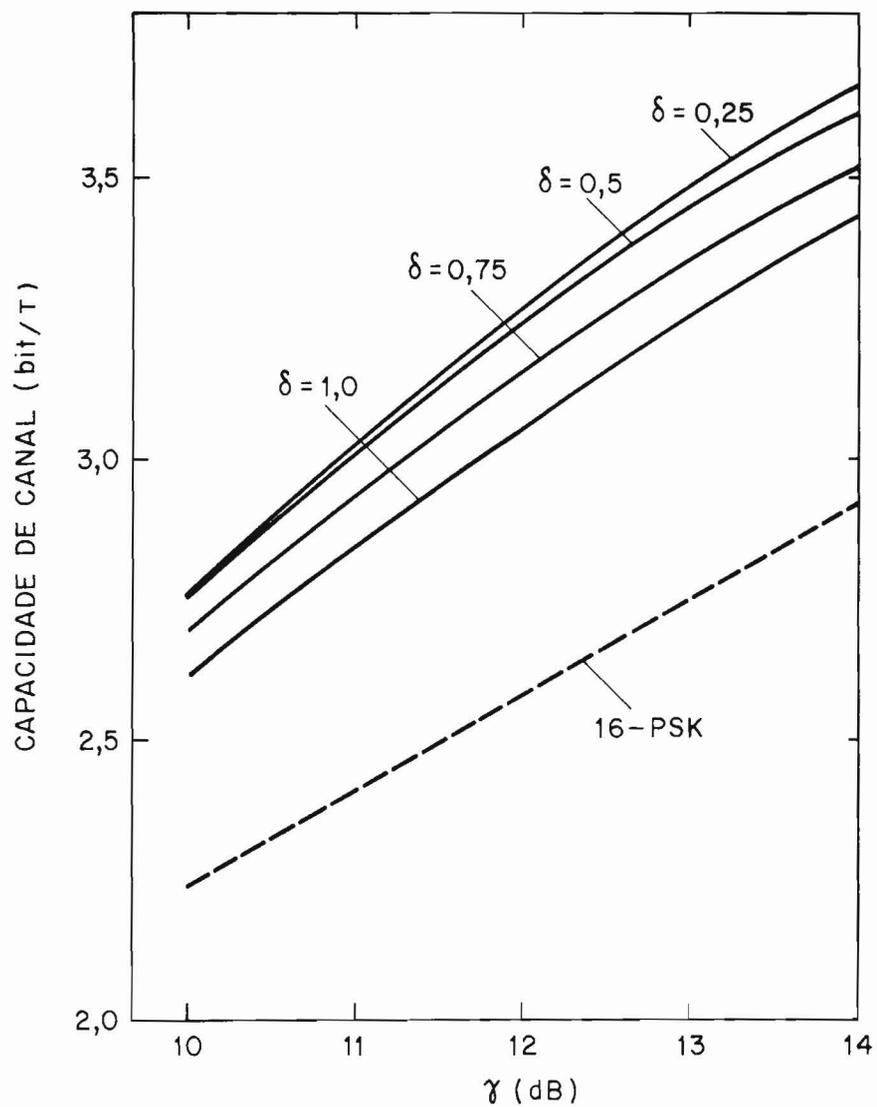


Figura 2. Capacidade de canal para o sistema A2F/2x8 - PSK.

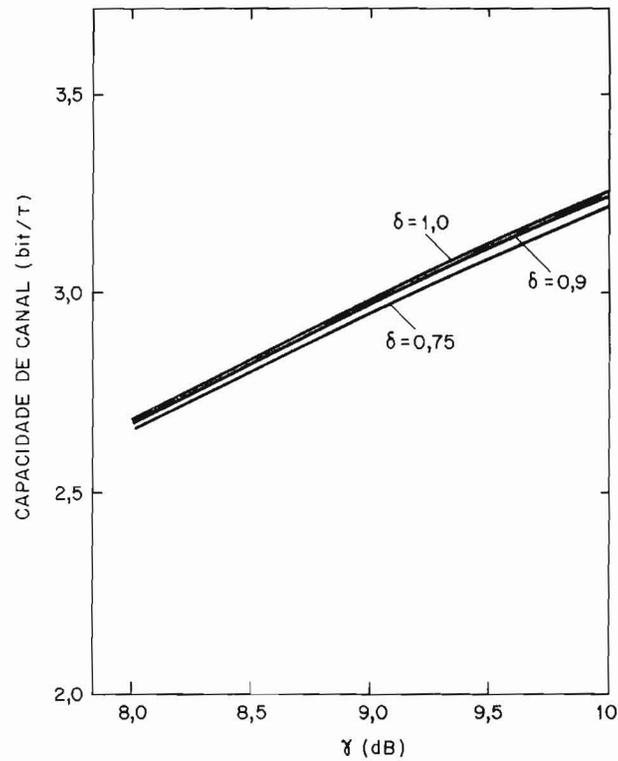


Figura 3. Capacidade de canal para o sistema A2F/4x4 - PSK.

$$c_0 = (1/\sqrt{1+\delta}, 0, \sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (21)$$

$$c_1 = (0, 1/\sqrt{1+\delta}, \sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (22)$$

$$c_2 = (-1/\sqrt{1+\delta}, 0, \sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (23)$$

$$c_3 = (0, -1/\sqrt{1+\delta}, \sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (24)$$

$$c_4 = (1/\sqrt{1+\delta}, 0, -\sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (25)$$

$$c_5 = (0, 1/\sqrt{1+\delta}, -\sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (26)$$

$$c_6 = (-1/\sqrt{1+\delta}, 0, -\sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (27)$$

$$c_7 = (0, -1/\sqrt{1+\delta}, -\sqrt{\delta}/\sqrt{1+\delta}, 0) \quad (28)$$

As distâncias Euclidianas ao quadrado entre os sinais desta constelação dependem do fator de simetria δ e estão relacionadas na Tabela 1, que utiliza os seguintes parâmetros

$$\epsilon_1 = \frac{2}{1+\delta} \quad (29)$$

$$\epsilon_2 = \frac{4}{1+\delta} \quad (30)$$

$$\epsilon_3 = \frac{4\delta}{1+\delta} \quad (31)$$

$$\epsilon_4 = \frac{4\delta+2}{1+\delta} \quad (32)$$

$$\epsilon_5 = 4 \quad (33)$$

$ c_i - c_j ^2$		j							
		0	1	2	3	4	5	6	7
i	0	0	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_1	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_4
	1	ϵ_1	0	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_4	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5
	2	ϵ_2	ϵ_1	0	ϵ_1	ϵ_5	ϵ_4	ϵ_3	ϵ_4
	3	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_1	0	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_4	ϵ_3
	4	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_4	0	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_1
	5	ϵ_4	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_1	0	ϵ_1	ϵ_2
	6	ϵ_5	ϵ_4	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_2	ϵ_1	0	ϵ_1
	7	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_4	ϵ_3	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_1	0

Tabela 1. Distância Euclidiana ao Quadrado entre os sinais da constelação A2F/2x4-PSK.

As curvas de ϵ_1 a ϵ_5 em função de δ são apresentadas na Fig. 4. Verifica-se que

$$\epsilon_3 \leq \epsilon_1 \leq \epsilon_4 \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_5, \text{ para } 0 \leq \delta \leq 0,5 \quad (34)$$

e

$$\epsilon_1 \leq \epsilon_3 \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_4 \leq \epsilon_5, \text{ para } 0,5 \leq \delta \leq 1,0 \quad (35)$$

Esta propriedade auxilia a escolha de mapeamentos convenientes para cada intervalo de fator de simetria citado anteriormente.

A Tabela 2 apresenta os quatro mapeamentos relevantes para a constelação considerada, sujeitos a intervalos de fator de simetria específicos.

δ	$0 < \delta < 0,5$		$0,5 < \delta < 1,0$	
Mapeamento	1	2	3	4
Sinal	Representação Binária ($b_0^{(i)}, b_1^{(i)}, b_2^{(i)}$)			
c_0	000	000	000	000
c_1	010	110	100	100
c_2	101	001	011	010
c_3	111	111	111	110
c_4	100	100	010	111
c_5	110	010	110	001
c_6	001	101	001	101
c_7	011	011	101	011
Δ_0^2	ϵ_3	ϵ_3	ϵ_1	ϵ_1
Δ_1^2	ϵ_1	ϵ_4	ϵ_3	ϵ_2
Δ_2^2	ϵ_5	ϵ_2	ϵ_5	ϵ_4

Tabela 2: Mapeamentos binários para a constelação A2F/2x4-PSK.

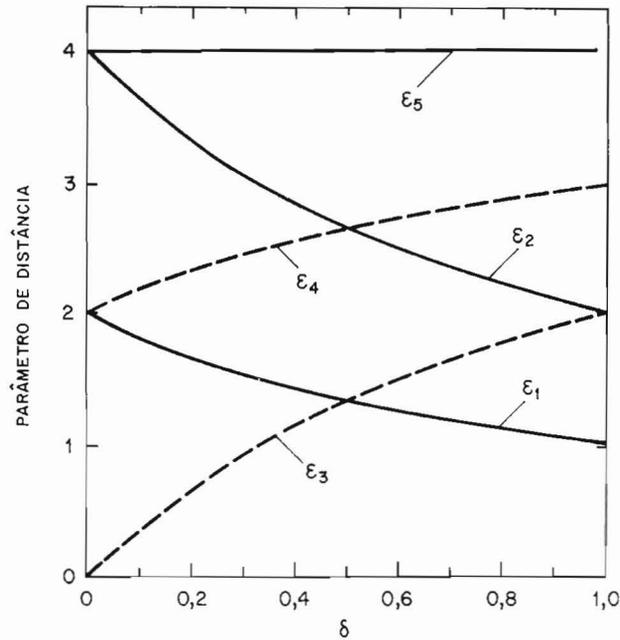


Figura 4. Parâmetros de distância da constelação A2F/2x4 - PSK versus o fator de simetria δ .

4. A Busca de Bons Códigos

Seja P o conjunto dos r mapeamentos por partição de conjunto escolhidos,

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_r\} \quad (36)$$

O problema de otimização que objetiva maximizar a mínima distância Euclidiana ao quadrado entre os sinais codificados pode ser expresso como:

$$\max_{1 \leq i \leq r, 0 \leq \delta \leq 1} D^2(P_i, \delta) \quad (37)$$

onde

$$D^2(P_i, \delta) = \min [d_0 \Delta_C^2(P_i, \delta), \dots, d_{m-1} \Delta_{m-1}^2(P_i, \delta)] \quad (38)$$

com $\Delta_j^2(P_i, \delta)$ expressando a dependência de $\Delta_j^2, j=0, 1, \dots, m-1$, com relação a δ e ao mapeamento $P_i \in P$. Conforme especificado anteriormente, os parâmetros $d_j, j = 0, 1, \dots, m-1$, representam distâncias mínimas de Hamming.

O esforço computacional necessário para busca exaustiva dos melhores esquemas, cada qual associado a um mapeamento por partição de conjuntos e a um fator de simetria específicos, é reduzido para os sistemas e comprimentos ($N \leq 32$) considerados. A Tabela 3 apresenta os melhores esquemas e os ganhos assintóticos obtidos para constelações do tipo A2F/2x4-PSK considerando-se o sistema 4-PSK como referência. Para os valores de N não citados, o mesmo ganho assintótico pode ser obtido com um código de menor comprimento.

N	δ	Mapeamento	D^2	$G_A(\text{dB})$	K_0	K_1	K_2	d_0	d_1	d_2
2	1/2	3 ou 4	2,67	1,25	1	1	2	2	2	1
3	3/4	3	3,43	2,34	1	2	3	3	2	1
4	1	3	4,00	3,01	1	3	4	4	2	1
6	1/2	4	5,33	4,26	2	5	5	4	2	2
13	3/4	4	5,71	4,56	5	9	12	5	3	2
14	5/8	3	6,15	4,88	6	9	13	5	4	2
15	3/4	3	6,86	5,35	6	10	14	6	4	2
18	7/8	3	7,47	5,72	7	12	17	7	4	2
19	1	3	8,00	6,02	7	13	18	8	4	2
22	2/3	4	8,40	6,23	11	16	17	7	4	3
23	1/2	4	9,33	6,69	12	17	17	7	4	4
24	1/2	4	10,67	7,27	12	18	18	8	4	4

Tabela 3. Constelação A2F/2x4-PSK: melhores esquemas; sistema de referência 4-PSK ($D_{\text{ref}}^2 = 2$).

Na **Fig. 5**, o esquema A2F/2x4-PSK é comparado com o sistema espectralmente simétrico associado, no que diz respeito ao ganho assintótico em função de N, o comprimento do código.

As **tabelas 4 e 6** expõem os melhores esquemas obtidos com as constelações A2F/2x8-PSK e A2F/4x4-PSK. As **tabelas 5 e 7** apresentam os mapeamentos selecionados no processo de otimização. Curvas de comparação destes esquemas com os que utilizam constelações espectralmente simétricas aparecem nas **figuras 6 e 7**.

Os resultados obtidos refletem o comportamento sugerido pelas curvas de capacidade de canal apresentadas nas **figuras 1 até 3**, tanto no que se refere aos ganhos obtidos com relação às constelações espectralmente simétricas quanto às regiões favoráveis do fator de simetria, com algumas variações impostas pelo processo de codificação e disponibilidade de bons códigos binários.

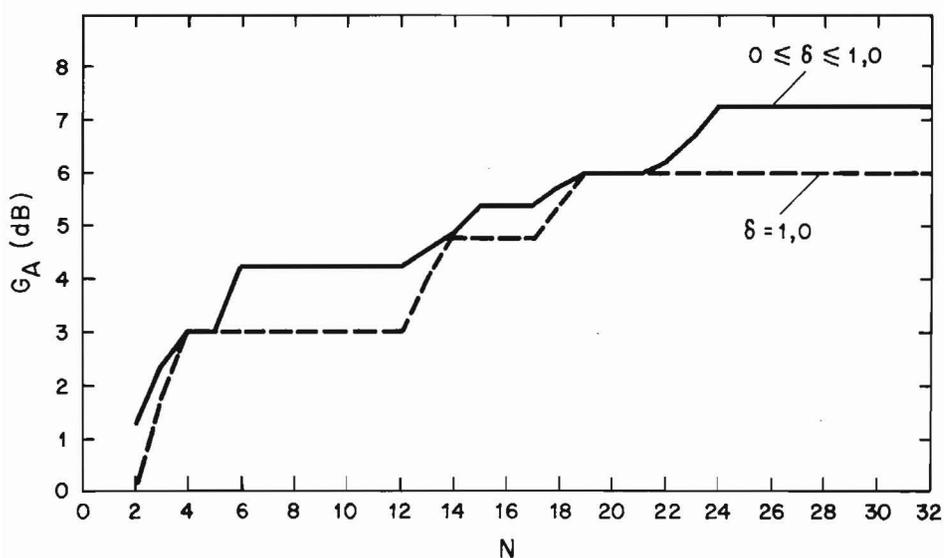


Figura 5. Ganho assintótico versus comprimento do código: comparação entre o sistema A2F/2x4 - PSK ótimo e o sistema espectralmente simétrico correspondente.

N	δ	Mapeamento	D^2	$G_A(\text{dB})$	K_0	K_1	K_2	K_3	d_0	d_1	d_2	d_3
2	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	1	1,02	2,42	1	1	2	2	2	2	1	1
3	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	1	1,53	4,18	1	2	3	3	3	2	1	1
4	$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$	2	1,81	4,91	1	3	4	4	4	2	1	1
5	$\frac{10-5\sqrt{2}}{8}$	2	2,14	5,63	1	4	5	5	5	2	1	1
6	$\frac{6-3\sqrt{2}}{4}$	2	2,44	6,20	1	5	6	6	6	2	1	1
7	1/2	2	2,67	6,58	1	6	7	7	7	2	1	1
11	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	3	2,96	7,03	2	10	10	11	7	2	2	1
14	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	1	3,07	7,19	5	10	13	14	6	3	2	1
15	$3 \frac{\sqrt{2}-2}{12}$	1	3,37	7,60	5	11	14	15	7	3	2	1
18	1/7	1	3,50	7,76	7	12	17	18	7	4	2	1
20	$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$	2	3,62	7,92	8	14	19	19	8	4	2	2
23	$\frac{4-2\sqrt{2}}{5}$	2	3,80	8,12	11	14	22	22	8	5	2	2
24	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$	1	4,09	8,44	12	18	19	23	8	4	3	2

Tabela 4. Constelação A2F/2x8-PSK: melhores esquemas; sistema de referência 8-PSK ($D_{\text{ref}}^2 = 2 - \sqrt{2}$).

δ				$0 \leq \delta \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$	$\frac{2-\sqrt{2}}{4} \leq \delta \leq 1/2$	$\frac{\sqrt{2}}{4} \leq \delta \leq 1/2$
Mapeamento				1	2	3
Sinal	$c_1^{(i)}$	$c_2^{(i)}$	$c_3^{(i)}$	Representação binária ($b_0^{(i)}, \dots, b_3^{(i)}$)		
c	δ_1	0	δ_3	0000	0000	0000
c₁	δ_2	δ_2	δ_3	1100	1000	1000
c₂	0	δ_1	δ_3	0010	0110	0100
c₃	$-\delta_2$	δ_2	δ_3	1110	1110	1100
c₄	$-\delta_1$	0	δ_3	0001	0001	0011
c₅	$-\delta_2$	$-\delta_2$	δ_3	1101	1001	1011
c₆	0	$-\delta_1$	δ_2	0011	0111	0111
c₇	δ_2	$-\delta_2$	δ_3	1111	1111	1111
c₈	δ_1	0	$-\delta_3$	1000	0100	1010
c₉	δ_2	δ_2	$-\delta_3$	0100	1100	0010
c₁₀	0	δ_1	$-\delta_3$	1010	0010	1110
c₁₁	$-\delta_2$	δ_2	$-\delta_3$	0110	1010	0110
c₁₂	$-\delta_1$	0	$-\delta_3$	1001	0101	1001
c₁₃	$-\delta_2$	$-\delta_2$	$-\delta_3$	0101	1101	0001
c₁₄	0	$-\delta_1$	$-\delta_3$	1011	0011	1101
c₁₅	δ_2	$-\delta_2$	$-\delta_3$	0111	1011	0101

Tabela 5. Mapeamentos para a constelação A2F/2x8 – PSK:

$$\delta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\delta}}, \quad \delta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{1+\delta}}, \quad \delta_3 = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{1+\delta}}$$

N	δ	Mapeamento	D^2	$G_A(\text{dB})$	K_0	K_1	K_2	K_3	d_0	d_1	d_2	d_3
2	1	1 ou 2	2,00	5,33	1	1	2	2	2	2	1	1
3	2/3	2	2,40	6,12	1	2	3	3	3	2	1	1
4	1/2	2	2,67	6,58	1	3	4	4	4	2	1	1
5	1	1	3,00	7,09	2	4	4	5	3	2	2	1
6	1	1	4,00	8,34	2	5	5	6	4	2	2	1
15	4/5	2	4,44	8,80	7	10	14	14	5	4	2	2
16	2/3	2	4,80	9,13	7	11	15	15	6	4	2	2
19	4/7	2	5,09	9,39	8	13	18	18	7	4	2	2
20	1/2	2	5,33	9,59	8	14	19	19	8	4	2	2
21	1	1	6,00	10,10	11	16	16	20	6	3	3	2
26	1	1	7,00	10,77	13	20	20	25	7	4	4	2
27	1	1	8,00	11,35	13	21	21	26	8	4	4	2

Tabela 6. Constelação A2F/4x4-PSK: melhores esquemas; sistema de referência 8-PSK ($D_{\text{ref}}^2 = 2 - \sqrt{2}$)

δ					$0,5 \leq \delta \leq 1,0$	
Mapeamento					1	2
Sinal	$c_1^{(i)}$	$c_2^{(i)}$	$c_3^{(i)}$	$c_4^{(i)}$	Representação binária ($b_0^{(i)}, \dots, b_3^{(i)}$)	
c_0	γ_1	0	γ_2	0	0000	0000
c_1	0	γ_1	γ_2	0	1110	0100
c_2	$-\gamma_1$	0	γ_2	0	0101	0010
c_3	0	$-\gamma_1$	γ_2	0	1011	0110
c_4	γ_1	0	0	γ_2	1000	1000
c_5	0	γ_1	0	γ_2	0010	1100
c_6	$-\gamma_1$	0	0	γ_2	1101	1010
c_7	0	$-\gamma_1$	0	γ_2	0111	1110
c_8	γ_1	0	$-\gamma_2$	0	0100	0101
c_9	0	γ_1	$-\gamma_2$	0	1010	0001
c_{10}	$-\gamma_1$	0	$-\gamma_2$	0	0001	0111
c_{11}	0	$-\gamma_1$	$-\gamma_2$	0	1111	0011
c_{12}	γ_1	0	0	$-\gamma_2$	1100	1101
c_{13}	0	γ_1	0	$-\gamma_2$	0110	1001
c_{14}	$-\gamma_1$	0	0	$-\gamma_2$	1001	1111
c_{15}	0	$-\gamma_1$	0	$-\gamma_2$	0011	1011

Tabela 7. Mapeamentos para a constelação A2F/4x4-PSK:

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\delta}} \quad , \quad \gamma_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{1+\delta}}$$

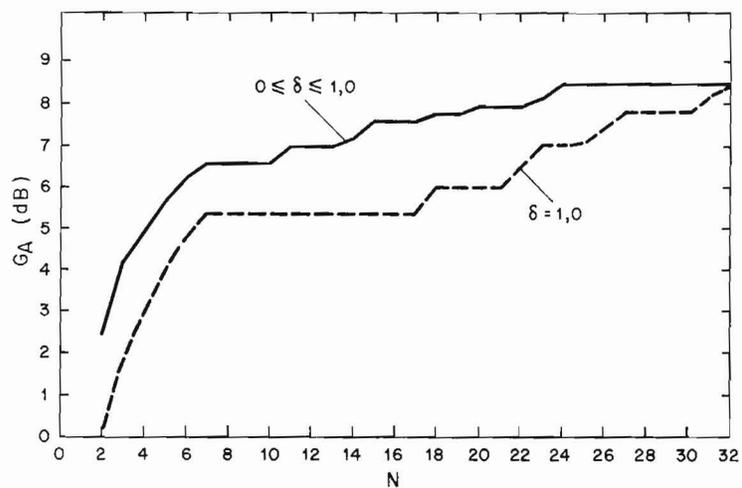


Figura 6. Ganho assintótico versus comprimento do código: comparação entre o sistema A2F/2x8 - PSK ótimo e o sistema espectralmente simétrico correspondente.

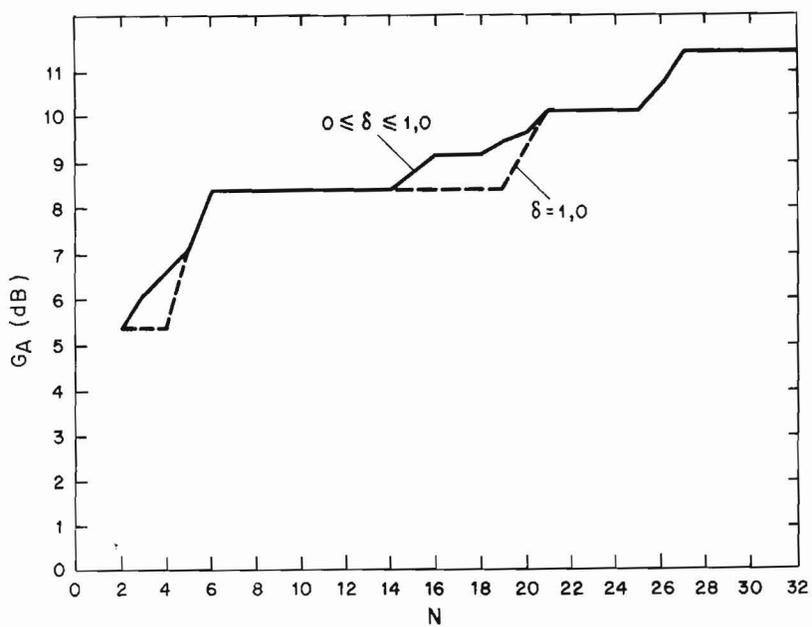


Figura 7. Ganho assintótico versus comprimento do código: comparação entre o sistema A2F/4x4 - PSK ótimo e o sistema espectralmente simétrico correspondente.

5. Características Espectrais e Decodificação

Nesta seção, os resultados alcançados em [9] são utilizados para determinar a densidade espectral de potência dos sinais dos sistemas de modulação codificada espectralmente assimétricos tratados. Quando os símbolos de entrada do codificador são estatisticamente independentes e equiprováveis, o espectro $R(f)$ destes sinais em banda básica é dado por

$$R(f) = \frac{1}{T} \sum_{r=1}^Q Z_r |\Lambda_r(f)|^2 + \frac{2}{NT} \sum_{n=1}^{N-1} \cos(2\pi fnT) \sum_{r=1}^Q |\Lambda_r(f)|^2. \quad (39)$$

$$\sum_{i=0}^{N-n-1} Z_{rr}^{(Y(i, i+n))}$$

onde

$$Z_r = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} [c_r(k)]^2 \quad (40)$$

$$Z_{rr}^{(i)} = \frac{2^i}{M^2} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{k'=0}^{M-1} \Delta^{(i)}(k, k') c_r^{(k)} c_s^{(k')} \quad (41)$$

$$\Delta^{(i)}(k, k') = \begin{cases} 1, & \text{se } b_j(k) = b_j(k'), j = 0, 1, \dots, i-1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (42)$$

$Y(j, j')$ é o número de pares de elementos da matriz-código pertencentes às colunas j e j' distintas e à mesma linha, sujeitos a dependência total; e $\Lambda_r(f)$ é a transformada de Fourier da representação em banda básica de $\lambda_r(t)$.

Quando, além das condições anteriores, nenhum par de elementos da matriz-código está sujeito a dependência total, a densidade espectral de potência dos sinais codificados, em banda básica, é dada por

$$R(f) = \frac{2}{1+\delta} \text{Sa}^2 \left[\pi t \left(f + \frac{h}{2T} \right) \right] + \frac{2\delta}{1+\delta} \text{Sa}^2 \left[\pi t \left(f - \frac{h}{2T} \right) \right] \quad (43)$$

onde $\text{Sa}(x) = \sin(x)/x$.

Para $\delta < 1$, existe uma maior concentração de potência em torno da frequência $-h/2T$. Conseqüentemente, ocorre uma redução de faixa em relação aos sistemas espectralmente simétricos.

Sayegh [1] apresentou um esquema sub-ótimo para decodificação dos sistemas de modulação codificada que utilizam construções multi-linha. Trata-se de um decodificador etapa-por-etapa, em que as linhas são sucessivamente decodificadas. A complexidade destas etapas pode ser reduzida transformando-as em problemas unidimensionais e adotando o algoritmo de Chase para realizar decodificação simplificada com desempenho assintoticamente ótimo [10].

6. Conclusões

Neste trabalho, foi apresentada uma classe de sistemas de modulação codificada de bloco, em três e quatro dimensões, espectralmente assimétricos, com ganhos de até 2,5 dB sobre os sistemas com espectros simétricos para os casos tratados (até 16 sinais). A densidade espectral de potência dos sinais codificados e o problema de decodificação são comentados brevemente e referências que tratam especificamente destes tópicos são apresentadas no texto. A extensão para constelações com maior número de sinais é simples e o problema de otimização menos complexo que o que seria demandado com a utilização de códigos convolucionais.

Referências

- [1] S.L. Sayegh, "A Class of Optimum Block Codes in Signal Space", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-34, nº 10, Outubro 1986, pp. 1043-1045.
- [2] H. Imai e S. Hirakawa, "A New Multilevel Coding Method Using Error-Correcting Codes", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-23, nº 3, Maio 1977, pp. 371-377.
- [3] E.L. Cusack, "Error Control Codes for QAM Signalling", Electronics Letters, vol. 20, 1984, pp. 62-63.
- [4] G. Ungerboeck, "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-28, nº 1, Janeiro 1982, pp. 55-67.

- [5] A.C.F. Pessoa, "Esquemas de Modulação Codificada de Bloco com Construção Multi-Linha", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, SP, Junho, 1990.
- [6] F.J. Macwilliams e N.J.A. Sloane, "The Theory of Error-Correcting Codes", North-Holland, 1977.
- [7] T. Verhoeff, "An Updated Table of Minimum-Distance Bounds for Binary Linear Codes", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-33, nº 5, Setembro 1987, pp. 665-680.
- [8] I. Markman, "Esquemas de Modulação Codificada em Três e Quatro Dimensões", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, SP, Junho, 1987.
- [9] A.C.F. Pessoa e D.S. Arantes, "Cálculo de Espectro de Sinais de uma Classe de Sistemas de Modulação Codificada de Bloco", Anais do 6º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Campina Grande, PB, Setembro 1988, pp. 105-109.
- [10] A.C.F. Pessoa e D.S. Arantes, "Decoding of Block Coded Signals Using the Chase Algorithm", apresentado no International Symposium on Information and Coding Theory, ISICT/87, Campinas, Julho, 1987.



ANTONIO CLÁUDIO FRANÇA PESSOA nasceu no Rio de Janeiro em 23 de outubro de 1963. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal da Paraíba/Campina Grande em 1985 e obteve o grau de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica pela UNICAMP em 1990. Desde 1987 trabalha no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da TELEBRÁS, onde atuou na especificação do sistema de proteção contra erros de canal do projeto RADIO DIGITAL 64-QAM e participa da equipe responsável pelo desenvolvimento de um equipamento para transmissão digital de TV comercial a 34 Mbit/s. Suas áreas de interesse são Processamento Digital de Imagens, Códigos Corretores de Erros, Criptografia e Teoria da Informação.

DALTON SOARES ARANTES, fotografia e biografia podem ser encontradas neste número, p. 2.