

Espalhamento de Transientes Eletromagnéticos por Cilindros Condutores de Seções Retas Arbitrárias

Carlos Leonidas S. S. Sobrinho e Emanuel Costa

O espalhamento de transientes eletromagnéticos por cilindros condutores perfeitos de seções retas arbitrárias foi estudado numericamente nos domínios do tempo e da frequência, para os modos TE e TM, utilizando-se o método dos momentos. Mostrou-se que o tempo de processamento necessário para a solução do problema no domínio da frequência é inferior ao seu equivalente no domínio do tempo, principalmente quando técnicas específicas são adicionalmente empregadas. Os campos espalhados por três estruturas foram analisados, tendo os resultados obtidos mostrado boa concordância com os existentes na literatura.

1. Introdução

Pretende-se, como objetivo principal, comparar diversas técnicas de cálculo de campos espalhados por um cilindro infinito condutor perfeito de seção reta arbitrária, em resposta a um pulso eletromagnético estreito incidente sobre o mesmo. Desta maneira, será selecionada a mais eficiente em termos de área e tempo de processamento, assim como de precisão de cálculo.

O estudo desta classe de problemas encontra aplicações nas áreas de identificação de objetos (espalhamento inverso) e compatibilidade eletromagnética. Na primeira, deseja-se determinar características do objeto a partir de informações relativas aos sinais incidente e espalhado, supostos conhecidos. Na segunda, deseja-se analisar os efeitos de sinais do tipo impulsivo, naturais ou artificiais, sobre equipamentos eletrônicos.

Para condutores de formas arbitrárias, métodos aproximados têm sido usados com sucesso para determinar distribuições de correntes e campos

C. L. S. Souza Sobrinho é Professor do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário do Guamá - Centro Tecnológico, 66.050, Belém, PA.

E. Costa é Professor do Centro de Estudos em Telecomunicações, PUC/RIO, Rua Marquês de São Vicente 225, 22.453, Rio de Janeiro, RJ

espalhados. Para espalhadores de pequenas dimensões (em relação ao comprimento de onda), a teoria clássica do espalhamento Rayleigh [1] pode ser aplicada. No limite oposto, o problema tem sido resolvido através de métodos assintóticos (ótica geométrica, ótica física e teoria geométrica da difração) [2] e [3].

Para os espalhadores de dimensões intermediárias estudados no presente trabalho, nenhum dos métodos acima produzirá um resultado totalmente satisfatório. Neste regime, resoluções numéricas de soluções formais se impõem. Uma vertente importante destas técnicas baseia-se na resolução das formas diferenciais das equações de Maxwell pelo método das diferenças finitas. Estas, entretanto, não são as mais apropriadas ao tratamento do presente problema [4] e [5]. A análise do espalhamento devido a estruturas impenetráveis, cujas superfícies têm formas de complexidade moderada, é realizada mais eficientemente pela solução de equações integrais com o auxílio do método dos momentos. Diversos conjuntos de equações integrais resolvem formalmente o mesmo problema de espalhamento. Deduções destas equações a partir de resultados mais básicos, juntamente com discussões detalhadas das opções existentes, podem ser encontradas na literatura [6]-[11]. Por economia de espaço, serão omitidas. A necessidade de se solucionar numericamente estas equações pode tornar um dado conjunto mais adequado ao tratamento de um problema específico. Somente as equações integrais do campo magnético (EICM) para os modos transversais elétrico (TE) e magnético (TM), tanto no domínio da frequência quanto do tempo, serão utilizadas aqui. As referências citadas imediatamente acima indicam serem estas apropriadas ao tratamento do problema a ser estudado.

Desta forma, estas equações integrais serão apenas apresentadas, evidenciando-se suas características gerais. Em seguida, apresentar-se-á a aplicação do método dos momentos [11] à solução das equações obtidas no domínio da frequência e ao cálculo do campo transiente espalhado. Ver-se-á, ainda, uma interpretação do algoritmo proposto por Bennet e Weeks [12] para a solução das equações integrais no domínio do tempo, em termos do mesmo método.

O método dos momentos transforma as equações integrais em um sistema de equações lineares. A maior parte dos recursos computacionais necessários para a resolução das equações integrais é utilizada no cálculo e armazenamento dos coeficientes do sistema e na sua solução. Esta será obtida de forma convencional. Entretanto, três técnicas de redução do tempo de cálculo

dos coeficientes do sistema linear serão apresentadas. A primeira deve, necessariamente, ser utilizada, sendo as demais de uso opcional.

Em seguida, será realizada uma análise dos resultados obtidos para diversas estruturas. Será, ainda, apresentada uma análise comparativa das diversas técnicas de cálculo. Observou-se que os cálculos nos domínios da frequência e do tempo necessitam de áreas de processamento aproximadamente iguais. Entretanto, o tempo de processamento no domínio da frequência é nitidamente inferior ao do domínio do tempo, mesmo quando as técnicas opcionais mencionadas acima não são utilizadas.

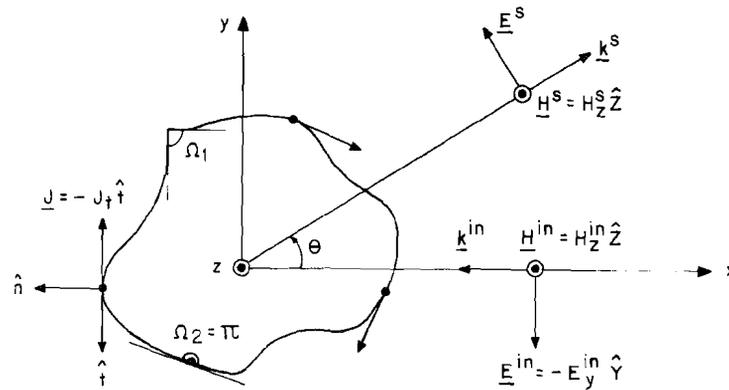
Em todas as situações analisadas, observou-se a superioridade de uma destas técnicas opcionais (sempre a mesma) em relação à outra.

2. Equações Integrais Usadas nos Cálculos das Correntes e dos Campos Espalhados

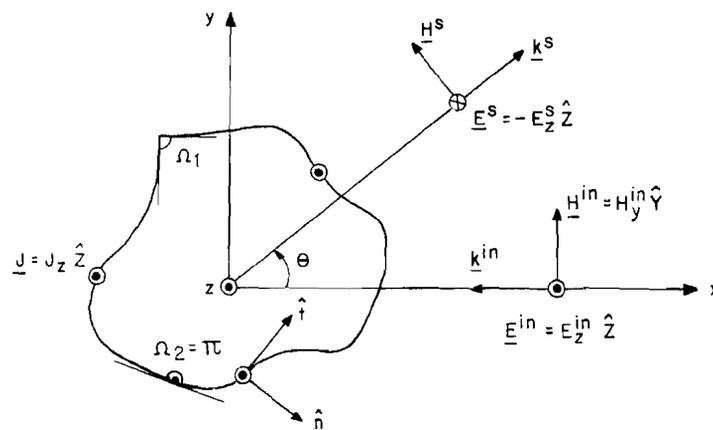
Seja um cilindro infinito condutor perfeito de seção reta arbitrária, imerso no espaço livre. Suponha um pulso Gaussiano plano que se propaga numa direção qualquer ortogonal ao eixo do cilindro e incide sobre o mesmo. Deseja-se determinar o campo espalhado em um ponto de observação qualquer, distante do cilindro.

A solução formal deste problema usando equações integrais, principalmente quando se supõem variações harmônicas no tempo ($e^{i\omega t}$) para os campos e correntes, é bem conhecida [6]-[11]. Em particular, sabe-se que o problema vetorial inicial pode ser decomposto em dois modos escalares, que podem ser tratados separadamente. Sem perda de generalidade, pode-se introduzir um sistema de coordenadas retangulares, de forma que a direção de incidência e o eixo do cilindro estejam alinhados com os eixos x e z , respectivamente. Para o modo transversal elétrico (TE), os campos magnéticos incidente e espalhado, assim como a corrente no cilindro, estarão contidos no plano transversal (xy), conforme mostra a **Fig. 1**.

Para o modo transversal magnético (TM), os campos elétricos incidente e espalhado, assim como a corrente no cilindro, terão sempre a direção z e os campos magnéticos incidente e espalhado estarão contidos no plano transversal, conforme mostra a mesma figura.



(a) MODO TE



(b) MODO TM

Figura 1. Representação dos vetores campos incidente e espalhado e densidade de corrente para os modos TE e TM.

2.1 Equações Integrais para a Determinação das Correntes no Cilindro

No domínio da frequência (DF), cada componente da densidade de corrente se relaciona à respectiva (para o mesmo modo) componente do campo magnético incidente tangencial à superfície do cilindro num dado ponto de observação através da equação (EICM-DF) [6], [8] e [11]

$$J(\mathbf{r}, \omega) = \zeta T H^{in}(\mathbf{r}, \omega) - i \frac{T\omega}{4c} \oint_C (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{p}}) H_1^{(2)}\left(\frac{\omega}{c} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|\right) J(\mathbf{r}', \omega) d l' \quad (1)$$

Nesta equação, $J(\mathbf{r}, \omega)$ e $H^{in}(\mathbf{r}, \omega)$ representam: (i) para o modo TE, as componentes transversal $J_t(\mathbf{r}, \omega)$ da densidade de corrente e axial $H_z^{in}(\mathbf{r}, \omega)$ do campo magnético incidente, respectivamente; (ii) para o modo TM, as componentes axial $J_z(\mathbf{r}, \omega)$ da densidade de corrente e transversal $H_t^{in}(\mathbf{r}, \omega)$ do campo magnético incidente, respectivamente. Adicionalmente, ω é a frequência angular, \mathbf{r} e \mathbf{r}' representam os vetores posições dos pontos de observação e "fonte", respectivamente, ambos na superfície do cilindro. $T = (1 - \Omega/2\pi)^{-1}$, onde Ω representa o ângulo interno subtendido pela seção reta da superfície no ponto \mathbf{r} , conforme mostra a Fig. 1. Em particular, $\Omega = \pi$ para pontos definidos em regiões suaves da seção reta. Tem-se, ainda, que, para o modo TE {TM}, $\hat{\mu}$ é o vetor unitário normal ao contorno C que limita a seção reta e dirigido para fora do cilindro, no ponto "fonte" \mathbf{r}' ($\hat{\mu} = \hat{n}'$) { de observação \mathbf{r} ($\hat{\mu} = \hat{n}$) } e $\zeta = -1$ {1}. O vetor \hat{p} é unitário na direção do vetor $\mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ e $\hat{\mu} \cdot \hat{p}$ representa o produto escalar entre os dois vetores. Ainda nesta expressão, $H_1^{(2)}(s)$ representa a função de Hankel do segundo tipo, primeira ordem e argumento s . As constantes c e i representam a velocidade da luz no vácuo e o imaginário puro. Finalmente, deve-se observar que a integral ao longo do contorno C deve ser realizada no sentido do valor principal de Cauchy quando \mathbf{r}' tende a \mathbf{r} (indicado pelo traço horizontal).

As componentes $H^{in}(\mathbf{r}, \omega)$ do campo magnético incidente tangenciais à superfície do cilindro no ponto \mathbf{r} podem ser representadas através da seguinte expressão geral

$$H^{in}(\mathbf{r}, \omega) = n_x e^{i \frac{\omega}{c}(x - x_0)} e^{-\left(\frac{\omega}{2G}\right)^2} \quad (2)$$

O parâmetro n_x é igual a 1 para o modo TE e igual à componente x do vetor \hat{n} para o modo TM. A primeira exponencial mostra a variação da fase do campo incidente com a frequência e a abscissa x do ponto de observação (a partir de um plano $x = x_0$ arbitrário). A segunda exponencial mostra a dependência da amplitude do campo incidente com a frequência (segundo uma função Gaussiana de largura determinada pelo parâmetro G).

O primeiro termo do lado direito de (1) representa a contribuição do campo incidente, cujo efeito, na região iluminada do cilindro, é igual ao que seria fornecido pela aproximação da ótica física [11]. Observa-se, entretanto, que este termo está igualmente presente na região de sombra, na qual a ótica física prescreve correntes nulas. O segundo termo (termo integral) do lado direito de (1) representa a influência das correntes nos demais pontos do contorno sobre o ponto de observação. Para comprimentos de onda muito menores que o diâmetro médio do obstáculo, este termo tende a cancelar os efeitos do campo incidente na região de sombra, introduzindo, apenas, uma pequena correção nos mesmos na região iluminada.

As equações integrais do campo magnético no domínio do tempo (EICM-DT) podem ser obtidas a partir de suas correspondentes (1) e (2) no domínio da frequência, através de transformadas inversas de Fourier

$$J(\mathbf{r}, t) = \zeta TH^{in}(\mathbf{r}, t) +$$

$$\frac{T}{2\pi c} \oint_C \int_0^{t-\tau} \frac{(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}}) dt'}{[(t-t')^2 - \tau^2]^{1/2}} \left[\frac{J(\mathbf{r}', t')}{(t-t'+\tau)} + \frac{\partial J}{\partial t'}(\mathbf{r}', t') \right] d l' \quad (3)$$

e

$$H^{(in)}(\mathbf{r}, t) = n_x \frac{G}{\sqrt{\pi}} e^{-G^2 [t + \frac{(x-x_0)}{c}]^2} \quad (4)$$

Nestas expressões, $\tau = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| / c$, mantendo os demais termos seus significados. Pode-se observar em (3) que a integral no tempo apresenta uma singularidade integrável no seu limite superior. Foi suposto, ainda, que $J(\mathbf{r}, t) = 0$ para $t < 0$.

2.2. Expressões para o Campo Distante

No domínio da frequência, cada componente do campo magnético espalhado, para pontos de observação afastados do cilindro, é determinada, em função da respectiva (para o mesmo modo) componente da densidade de corrente, através da equação

$$H^s(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{\frac{\omega}{8\pi c}} \frac{e^{i(\frac{\omega}{4} - \frac{\omega}{c} r_s)}}{\sqrt{r_s}} \oint_C \gamma e^{i\frac{\omega}{c}(\hat{\mathbf{r}}_s \cdot \mathbf{r})} \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) d l' \quad (5)$$

Analogamente ao comentário que segue (1), o modo TE {TM} associa a componente transversal {axial} da densidade de corrente à componente axial {transversal} do campo magnético espalhado. Em (5), \mathbf{r}_s representa o ponto de observação, $\hat{\mathbf{r}}_s$ o vetor unitário nesta direção e $r_s = |\mathbf{r}_s|$. Adicionalmente, $\gamma = -\hat{\mathbf{n}}' \cdot \hat{\mathbf{r}}_s$ {1} para o modo TE {TM}, tendo os demais termos sido já definidos.

A transformada inversa de Fourier de (5) fornece, para o domínio do tempo, a seguinte expressão

$$H^s(\mathbf{r}_s', t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2} cr_s} \oint_C \int_0^{t-\tau_s} \frac{\gamma}{(t-t'-\tau_s)^{1/2}} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t'}(\mathbf{r}', t') dt' d l' \quad (6)$$

Nesta equação, $\tau_s = |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'| / c$, mantendo-se os significados dos demais parâmetros. Observa-se, novamente, a existência de singularidade integrável no limite superior da integral relativa ao tempo e a condição $H^s(\mathbf{r}_s, t) = 0$ para $t < 0$.

2.3. Solução Numérica da Equação Integral no Domínio da Frequência

2.3.1. Determinação das Densidades de Corrente

Na solução de (1) pelo método dos momentos [11], foram usadas funções delta de Dirac como funções de teste (colocação) e funções de bases subseccionais do tipo pulso retangular para a expansão da densidade de corrente. Isto é, supôs-se o contorno C formado por N elementos C_n adjacentes centrados nos pontos \mathbf{r}_n e de extremidades distando a_n dos respectivos centros. A densidade de corrente foi, então, representada na forma

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{n=1}^N \mathbf{J}_n(\omega) f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \quad (7)$$

onde

$$f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) = \begin{cases} 1 & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n| < a_n \\ 0 & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n| > a_n \end{cases} \quad n = 1, \dots, N \quad (8)$$

sendo $J_n(\omega)$, $n = 1, \dots, N$ coeficientes a serem determinados. Escolhendo, ainda, $\omega_n(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)$, $n = 1, \dots, N$ para funções de teste, substituindo (7) em (1) e realizando o produto escalar do resultado pelas mesmas, obteve-se

$$J_n(\omega) + \sum_{m=1}^N U_{nm}(\omega) J_m(\omega) = \zeta \text{TH}^{in}(\mathbf{r}_n, \omega), \quad n = 1, \dots, N \quad (9)$$

onde

$$U_{nm}(\omega) = \frac{j}{4} \frac{\omega}{c} T \int_{C_m} (\hat{\eta} \cdot \hat{p}_n) H_1^{(2)}\left(\frac{\omega}{c} |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}'|\right) d l' \quad (10)$$

Nesta expressão, $\hat{p}_n = (\mathbf{r}_n - \mathbf{r}')/|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}'|$ e $\hat{\eta} = \hat{n}'(\mathbf{r}') \{ \hat{n}(\mathbf{r}_n) \}$ para o modo TE {TM}.

No cálculo da integral que aparece em (10), duas situações foram consideradas. A primeira ($m = n$) envolvia apenas argumentos pequenos para a função de Hankel, o que permitiu calculá-la de forma aproximada [13]. Supondo que os raios de curvatura R_n dos elementos tornam-se constantes à medida que seus comprimentos ΔC_n decrescem e convencionando-se R_n positivo {negativo} para contornos localmente convexos {côncavos}, concluiu-se que $U_{nn}(\omega) = \pm T \Delta C_n / (4\pi R_n)$, sendo o sinal positivo {negativo} aplicado ao modo TE {TM}. Na segunda situação ($m \neq n$), a integral em (10) foi aproximada pelo produto do valor do seu integrando no ponto médio \mathbf{r}_m pelo comprimento ΔC_m do elemento.

Desta maneira, (10) foi escrita sob a forma de um sistema de equações lineares de ordem N

$$[Z_{nm}(\omega)] [J_m(\omega)] = [H_n(\omega)] \quad (11)$$

onde os elementos da matriz impedância $[Z_{nm}(\omega)]$ são dados por

$$Z_{nm}(\omega) = 1 + U_{nm}(\omega) = (1 \pm \frac{T \Delta C_n}{4\pi R_n}) \quad (12)$$

$$Z_{nm}(\omega) = U_{nm}(\omega) = \frac{i}{4} T \frac{\omega}{c} \Delta C_m (\hat{\eta}_{nm} \cdot \hat{p}_{nm}) H_1^{(2)}(\frac{\omega}{c} |r_n - r_m|) \quad (13)$$

e

$$H_n(\omega) = \xi_n T H^{in}(r_n, \omega) = \xi_n T e^{i\frac{\omega}{c}(x_n - x_0) - (\frac{\omega}{2a})^2} \quad (14)$$

sendo $\hat{p}_{nm} = (r_n - r_m)/|r_n - r_m|$ e x_n a componente x do vetor r_n . Para o modo $TE_{\hat{x}}\{TM\}$, foram usados: (i) o sinal positivo {negativo} em (12); (ii) $\eta_{nm} = \hat{n}(r_m) \cdot \hat{n}(r_n)$ em (13); e (iii) $\xi_n = -1 \{n_x(r_n)\}$ em (14). Este sistema de equações foi resolvido usando métodos convencionais.

2.3.2. Determinação do Campo Distante

Substituindo (7) em (5) e, mais uma vez, aproximando as integrais resultantes pelos produtos dos valores dos integrandos nos pontos médios r_n ($n = 1, \dots, N$) dos elementos do contorno pelos seus respectivos comprimentos ΔC_n , obteve-se

$$H^s(r_s, \omega) = \sqrt{\frac{\omega}{8\pi c}} \frac{e^{i(\frac{\omega}{4} - \frac{\omega}{c} r_s)}}{\sqrt{r_s}} \sum_{n=1}^N \gamma_n e^{i\frac{\omega}{c}(\hat{r}_s \cdot r_n)} J_n(\omega) \Delta C_n \quad (15)$$

sendo $\gamma_n = -\hat{n}(r_n) \cdot \hat{r}_s \{1\}$ para o modo $TE\{TM\}$.

2.4. Cálculo de Transientes no Domínio da Frequência

Os resultados no domínio do tempo foram obtidos em K instantes $t_k = k\Delta t$, $k = 0, 1, \dots, (K - 1)$, sendo Δt suficientemente pequeno para permitir uma representação satisfatória do pulso incidente. Adicionalmente, para

atender a necessidades específicas da técnica de solução das equações integrais no domínio do tempo, a desigualdade $c\Delta t < C_{\min}$, onde C_{\min} é o comprimento do menor elemento do contorno discretizado, foi também imposta a Δt . Estes critérios serão discutidos mais detalhadamente na próxima seção.

No cálculo de transientes, os algoritmos apresentados na seção anterior foram usados repetidamente para as frequências $k\Delta f$ onde $k = 0, 1, \dots, (K - 1)$, resultando Δf da igualdade $K \Delta t \Delta f = 1$ [14]. Para se calcular, no domínio do tempo, a densidade de corrente no elemento C_n do contorno (centrado no ponto \mathbf{r}_n), obteve-se a transformada inversa discreta de Fourier da série $J(\mathbf{r}_n, \omega_k)$, $k = 0, 1, \dots, (K - 1)$, onde $\omega_k = 2\pi k\Delta f$. Analogamente, obteve-se o campo magnético transiente espalhado no ponto \mathbf{r}_s . Desejando-se usar a transformada rápida de Fourier (FFT) [14] nestas operações, usou-se $K = 2^Q$ (Q inteiro).

2.5. Solução Numérica da Equação Integral no Domínio do Tempo

2.5.1. Determinação das Densidades de Corrente

A partir de (1), conclui-se que, no domínio da frequência, a densidade de corrente $J(\mathbf{r}, \omega)$ só depende de variáveis calculadas na mesma frequência ω . Por outro lado, (3) mostra que, no domínio do tempo, a relação entre $J(\mathbf{r}, t)$ e $J(\mathbf{r}', t')$ envolve uma convulsão relativa ao tempo. O limite superior $(t - \tau)$ da integral correspondente mostra que $J(\mathbf{r}, t)$ é afetada pelas densidades de corrente no interior do cone espaço-tempo definido por

$$t' \leq t - \tau \quad \therefore \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \leq c(t - t') \quad (16)$$

e delimitado pelas linhas inclinadas da **Fig. 2**. Consequentemente, na solução de (3) pelo método dos momentos, as funções de expansão e teste que, no domínio da frequência, dependiam apenas de uma variável (\mathbf{r}), dependerão, agora, de duas variáveis (\mathbf{r} e t).

Supôs-se o contorno C dividido como anteriormente. O eixo t foi dividido em intervalos iguais $|t - t_k| < \Delta t/2$, onde $t_k = (k - 1/2) \Delta t$, $k = 1, 2, \dots$. Desta forma, os interiores dos cones espaço-tempo ficaram discretizados conforme mostra a **Fig. 2**, no caso do elemento de observação (\mathbf{r}_n, t_k) , duplamente hachurado. Duas malhas (uniformes, por simplicidade) foram mostradas: no

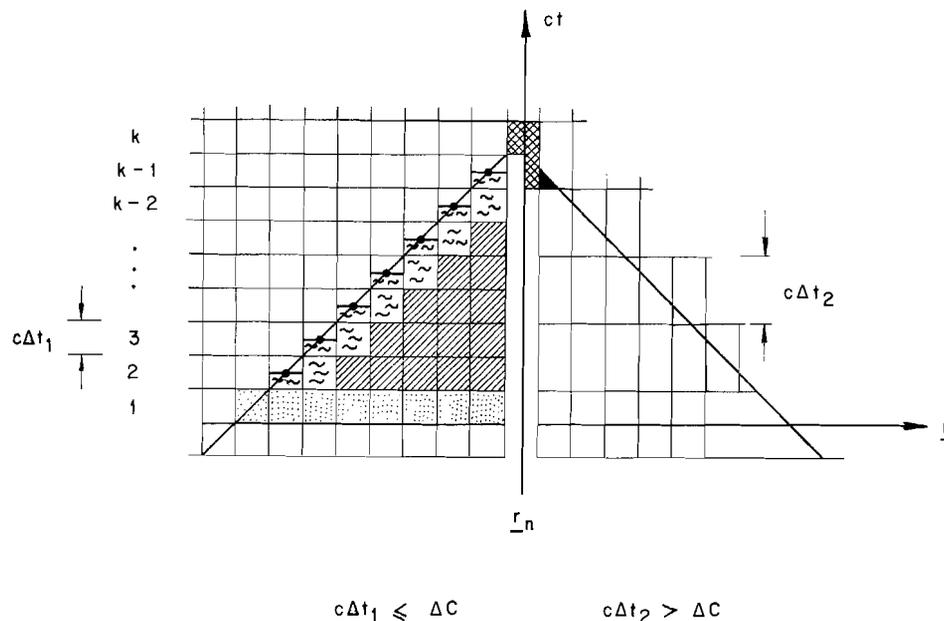


Figura 2. Representação esquemática do cone espaço-tempo para o elemento (r_n, t_k) e dos limites para a integração no tempo.

lado esquerdo {direito} do eixo ct , tem-se $c\Delta t_1 < \Delta C$ $\{c\Delta t_2 > \Delta C\}$, onde ΔC é o comprimento dos elementos do contorno C .

Como resultado da discretização pela malha 2, a densidade de corrente no elemento de observação depende das densidades de corrente nos elementos vizinhos, no mesmo instante de tempo (triângulo em negrito). Embora esta dependência (introduzida artificialmente) possa ser considerada corretamente, a solução de (3) envolveria a inversão de matrizes. Por outro lado, a malha 1 não introduz esta dependência. Neste caso, altamente desejável, a densidade de corrente no elemento (r_n, t_k) depende apenas das densidades de corrente nos instantes de tempo anteriores (elementos situados no interior do cone espaço-tempo definido por este vértice). Pode, desta forma, ser obtida independentemente das demais densidades de corrente no mesmo instante de tempo, através de um problema de valor inicial, no qual: (i) as densidades de corrente nos elementos (r_n, t_k) se anulam para quaisquer valores de n quando t_k torna-se negativo ou nulo; (ii) no instante inicial

(elementos pontilhados na **Fig. 2**), as densidades de corrente são dadas pelo primeiro termo do lado direito de (3).

Será visto a seguir que o algoritmo proposto por Bennet e Weeks [12] pode ser obtido através do método dos momentos. Para funções de teste, foram escolhidas $w_{nk}(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \delta(t - t_k)$, $n = 1, \dots, N$; $k = 2, 3, \dots$ (colocação). As funções de expansão foram definidas pelo produto de duas outras. A primeira, referente à posição do elemento C_m no contorno, foi caracterizada por (8). A segunda caracteriza uma variação contínua em relação ao tempo, não somente no interior de cada elemento como através de suas fronteiras. Sua expressão funcional, além de depender do elemento C_m considerado, foi condicionada ao elemento (\mathbf{r}_n, t_k) cuja densidade de corrente estava sendo calculada, conforme será visto brevemente. Para $(m = n)$ (elementos não mostrados na **Fig. 2**), o tratamento apresentado por Bennet e Weeks [12], análogo ao descrito na subseção 2.3, forneceu um resultado idêntico ao expresso por (12). Para $m \neq n$, cada integral de linha foi aproximada pelo produto do valor do integrando no ponto \mathbf{r}_m pelo comprimento do elemento C_m . Desta forma, obteve-se

$$J(\mathbf{r}_n, t_k) = (1 \pm \frac{T \Delta C_n}{4\pi R_n})^{-1} \left[\mp T H^{in}(\mathbf{r}_n, t_k) + \frac{T}{2\pi c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N F_{nk}(\mathbf{r}_m) \Delta C_m \right] \quad (17)$$

onde $n = 1, \dots, N$, $k = 2, 3, \dots$, os sinais superiores {inferiores} são usados para o modo TE {TM},

$$H_{in}(\mathbf{r}_n, t_k) = n_x \frac{G}{\sqrt{\pi}} e^{-G^2 \left[t_k + \frac{(x_n - x_0)}{c} \right]^2} \quad (18)$$

e

$$F_{nk}(\mathbf{r}_m) = (\hat{\eta}_{nm} \cdot \hat{\rho}_{nm}) \int_0^{t_k - \tau_{nm}} \frac{dt'}{[(t_k - t')^2 - \tau_{nm}^2]^2} \left[\frac{J(\mathbf{r}_m, t')}{(t_k - t' + \tau_{nm})} + \frac{\partial J}{\partial t'}(\mathbf{r}_m, t') \right] \quad (19)$$

Nesta expressão, $\tau_{nm} = |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|/c$, tendo os demais termos sido definidos anteriormente. Finalmente, dois tipos de função relativas ao tempo foram

usadas para completar a caracterização das funções de expansão dos elementos $C_m \neq C_n$. Para os elementos hachurados, pontilhados ou em branco na **Fig. 2**, foram usadas funções que permitiram a integração de (19) pela regra de Simpson [13] no intervalo de tempo correspondente. Para os elementos ondulados na **Fig. 2**, polinômios do quarto grau (ou inferior) em t foram ajustados aos valores conhecidos das densidades de corrente nas vizinhanças do limite do cone espaço-tempo. Desta forma, a integral em (19) foi calculada analiticamente no restante do intervalo de tempo.

2.5.2. Determinação do Campo Distante

Utilizando-se um tratamento idêntico ao da subseção anterior, (6) transforma-se em

$$H^s(\mathbf{r}_s, t_k) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}c r_s} \sum_{m=1}^N H_{sk}(\mathbf{r}_m) \Delta C_m \quad (20)$$

onde

$$H_{sk}(\mathbf{r}_m) = \gamma_m \int_0^{t_k - \tau_{sm}} \frac{1}{(t_k - t' - \tau_{sm})^{1/2}} \frac{\partial J}{\partial t'}(\mathbf{r}_m, t') dt' \quad (21)$$

sendo $\gamma_m = -\hat{n}(\mathbf{r}_m) \cdot \hat{p}_{sm}\{1\}$ para o modo T {TM}. Tem-se, ainda, que \hat{p}_{sm} é o vetor unitário na direção $(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_m)$ e $\tau_{sm} = |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_m|/c$. A integração em (21) é idêntica àquela em (19).

3. Técnicas de Redução do Tempo de Processamento no Domínio da Frequência

Foi dito que uma parcela substancial do tempo necessário para a determinação, no domínio da frequência, dos campos transientes espelhados por uma estrutura qualquer, se deve aos cálculos de todos os elementos das matrizes impedância em um grande número de frequências igualmente espaçadas. De acordo com (13), este cálculo envolve a função de Hankel do segundo tipo e primeira ordem. Esta pode ser obtida, com boa precisão, com o auxílio de aproximações polinomiais [13]. Sendo os polinômios interpolantes do

sexto grau, o tempo de processamento seria elevado para a aplicação pretendida.

Nesta seção, serão apresentadas técnicas utilizadas no domínio da frequência para a redução do tempo de cálculo dos elementos da matriz impedância.

3. 1. Simetria dos Campos e Correntes e Variação da Potência do Pulso Incidente

Os elementos s_k ($k = 0, 1, \dots, K - 1$) de uma série temporal são reais se e somente se os elementos S_k ($k = 0, 1, \dots, K - 1$) de sua transformada discreta de Fourier apresentam a simetria $S_{K-k} = S_k^*$ (onde S_k^* representa o complexo conjugado de S_k) [12]. Este teorema apresenta uma condição necessária e suficiente para que cálculos realizados no domínio da frequência forneçam sinais reais no domínio do tempo. Implicitamente, indica que, para se determinar K valores de uma série temporal real, é suficiente determinarem-se as primeiras $(K/2) + 1$ amostras no domínio da frequência, reduzindo o tempo de processamento à metade do estimado inicialmente.

Por outro lado, (2) mostra que a intensidade do campo incidente diminui rapidamente com a frequência. Parece, então, razoável supor que as contribuições dos harmônicos da frequência Δf superiores a um dado limiar possam ser desprezadas, na presença da soma das contribuições de todos os harmônicos inferiores ao mesmo. Para tanto, é necessário que esta soma contenha uma alta percentagem da potência do pulso incidente. A partir de (2), obtém-se que os cálculos precisam ser realizados apenas para os harmônicos da frequência Δf inferiores a k_{max} , onde

$$2\pi k_{max} \Delta f / G = 5 \quad \therefore \quad k_{max} = 0.8 G / \Delta f \quad (22)$$

Para os valores típicos usados neste trabalho ($G = 6 \times 10^8 \text{s}^{-1}$ e $\Delta f = 23,8 \text{ MHz}$), obtém-se $k_{max} = 20$.

3. 2. Interpolação

Recentemente, Newman [15] observou que os elementos das matrizes impedância obtidas através do método dos momentos, em muitos casos, variam suavemente com a frequência. Em seguida, associou o cálculo efetivo dos valores de um dado elemento em frequências espaçadas de um múltiplo

elevado (k_0) da frequência Δf com a interpolação de polinômios (no caso, do segundo grau) através dos mesmos. Desta forma, obteve valores do mesmo elemento em frequências intermediárias. Como resultado da aplicação desta técnica, os tempos de processamento foram reduzidos de quatro a oito vezes nos exemplos apresentados.

É essencial para o sucesso da técnica que a variação com a frequência dos elementos da matriz impedância seja bem representada pelo polinômio interpolante. O seguinte critério foi apresentado para a seleção do maior valor de k_0 ainda capaz de assegurar a qualidade dos resultados

$$k_0 = \frac{1}{4} \frac{c}{L \Delta f} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta \lambda}{L} \right) \quad (23)$$

onde L é o diâmetro médio da estrutura analisada e $\Delta \lambda = c/\Delta f$. Observa-se, portanto, que a técnica é mais eficiente (k_0 grande) para estruturas pequenas em relação a $\Delta \lambda$. As dificuldades decorrentes da aplicação da técnica de interpolação a estruturas de dimensões maiores serão observadas na subseção 4.1. Naquela subseção, será utilizado um algoritmo híbrido, desenvolvido para assegurar a qualidade dos resultados finais. Inicialmente, os elementos das matrizes correspondentes aos extremos e ao centro da faixa de frequências em estudo são calculados, usando-se (13). Em seguida, calcula-se para cada elemento das matrizes, o parâmetro

$$P = 2 \frac{k_0 \Delta f}{c} |r_n - r_m| \quad (24)$$

que representa a variação máxima do argumento da função de Hankel na faixa considerada. Quando este parâmetro não ultrapassa um determinado limiar (no caso, 0,38), a interpolação é possível. Caso contrário, (13) é utilizada diretamente.

3.3. Consulta a uma Tabela de Funções de Hankel

Os elementos da matriz impedância em (13) podem ser representados em termos do produto $[u H_0^{(2)}(u)]$, onde $u = \omega |r_n - r_m|/c$. A função entre colchetes foi tabelada. Isto é, armazenaram-se, num vetor complexo, os valores daquela função para os argumentos reais $u_i = u_0 + (i - 1) \delta u$, $i = 1, \dots, l$.

Dados n , m e ω e calculado o valor de u , o cálculo do termo entre colchetes e do elemento correspondente da matriz impedância torna-se extremamente simples, a partir da interpolação entre os elementos da tabela mais próximos do argumento obtido. A precisão dos resultados dependerá da resolução da tabela (que, associada ao seu domínio de validade, define a área necessária para seu armazenamento) e da técnica de interpolação usada no cálculo de valores intermediários. No caso, os valores $u_0 = 0,5$, $\delta u = 1/60$, e $l = 3810$, juntamente com a interpolação linear entre elementos da tabela, foram usados.

4. Resultados

4.1. Comparação Entre Tempos de Processamento

Para mostrar, através de um exemplo, a importância das técnicas descritas na seção anterior, os campos transientes espalhados por um cilindro circular de raio igual a 1 m foram calculados em três direções ($\theta = 0^\circ, 90^\circ$ e 180° , conforme mostra a **Fig. 1**), no domínio da frequência. O contorno do cilindro foi dividido em 51 partes iguais, sendo o pulso incidente caracterizado por $G = 6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$. Os campos espalhados foram calculados em 128 instantes de tempo, sendo $\Delta t = 0,328 \text{ ns}$. Nestes cálculos, somente as primeiras 26 frequências harmônicas de $\Delta f = 23,80 \text{ MHz}$ (incluindo a componente DC) foram utilizadas.

	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3	TESTE 4
u	$0,5 < u < 64$	$0,5 < u < 64$	$0,5 < u < 20$	$0,5 < u < 64$
P	0,25	0,38	0,25	10
K_{NT}	0	2.550	0	63.750
K_{TAB}	63.750	61.200	57.732	0
K_{SUB}	0	0	6.018	0
Tempo de CPU (s)	56,16	56,66	77,25	86,22

Tabela 1. Comparação entre tempos de processamento no domínio da frequência (CDC Cyber 170/835).

Os resultados obtidos foram resumidos na **Tabela 1**. Na primeira linha, apresentaram-se os limites utilizados na construção da tabela de valores de

$[u H^{(2)}(u)]$. Em seguida, observam-se os valores do parâmetro P definido em (24). Ainda na **Tabela 1**, K_{INT} , K_{TAB} e K_{SUB} representam os números de vezes que a técnica de interpolação, a tabela de valores de $[u H^{(2)}(u)]$ e subrotinas especiais (aproximações polinomiais para as funções de Hankel) foram respectivamente usadas, em cada teste, nos cálculos dos elementos das matrizes impedância.

O primeiro teste foi projetado para assegurar a utilização da tabela em todos os casos. No segundo teste, o valor de P foi aumentado, para permitir o uso da interpolação (assegurada a qualidade dos resultados). No terceiro teste, forçou-se uma utilização maior das subrotinas especiais. Finalmente, a técnica da interpolação foi utilizada em todos os casos no quarto teste, mesmo que em detrimento da qualidade dos resultados.

Os tempos de processamento no computador CDC Cyber 170/835 são observados na última linha da **Tabela 1**. As soluções do problema nos domínios do tempo e da frequência (utilizando sempre as subrotinas especiais) foram obtidas em 2.353,5 s e 751,1 s, respectivamente. Deve-se ressaltar, ainda, que os resultados obtidos para o campo espalhado nos três primeiros testes mostraram-se aceitavelmente próximos dos obtidos pelas técnicas (mais exatas) apresentadas imediatamente acima. No quarto teste, um resultado inaceitável já era esperado, uma vez que sempre aproximou-se a função de Hankel por uma parábola, mesmo que os três pontos envolvidos estivessem substancialmente afastados.

Estes resultados mostram, inicialmente, ser preferível realizar o cálculo de transientes espalhados por estruturas cilíndricas no domínio da frequência, mesmo que técnicas de redução do tempo de processamento não sejam utilizadas. Mostram, ainda, que estas podem ser introduzidas no domínio da frequência, sem qualquer aumento significativo no ruído numérico, mesmo quando acompanhadas do truncamento dos cálculos relativos aos harmônicos elevados de f . Por outro lado, uma comparação entre os tempos de CPU dos testes 1, 2 e 4 mostra que o uso da tabela de funções de Hankel torna o processamento mais rápido que o emprego da técnica de interpolação. Sendo a tabela construída com uma resolução maior, seu uso introduz erros inferiores aos causados pela técnica da interpolação. De fato, o segundo teste mostra que esta raramente é usada quando se deseja manter a qualidade dos resultados.

4.2. Exemplos

Na **Fig. 3**, representam-se os campos magnéticos transientes espalhados (modos TE e TM) por um cilindro circular de raio igual a 1 m. Na **Fig. 4**, apresentam-se os campos transientes espalhados (modo TE) por um cilindro de seção reta composta por uma parte central retangular (comprimento 1,8 m) e extremos semi-circulares (raios iguais a 0,6 m), para incidências frontal e lateral. Finalmente, a **Fig. 5** mostra os campos transientes espalhados (modo TE) por um cilindro de seção reta na forma de um refletor de canto de arestas e vértices suavizados de comprimento e largura respectivamente

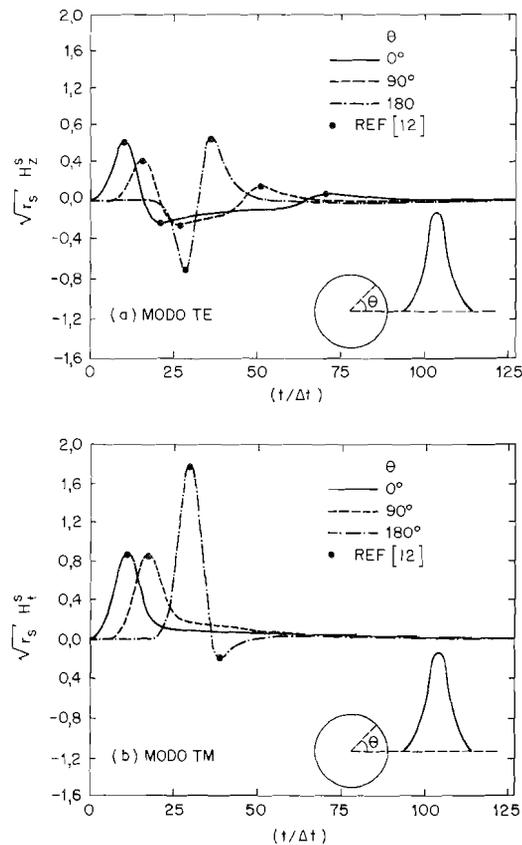


Figura 3. Campos magnéticos espalhados pelo cilindro circular. Além das normalizações indicadas, as amplitudes e direções dos campos espalhados se referem às do pulso incidente. As durações de todos os campos (incidente e espalhado) e, através da transformação $n_d = d/(c\Delta t)$, as dimensões do espalhador, se referem à escala horizontal.

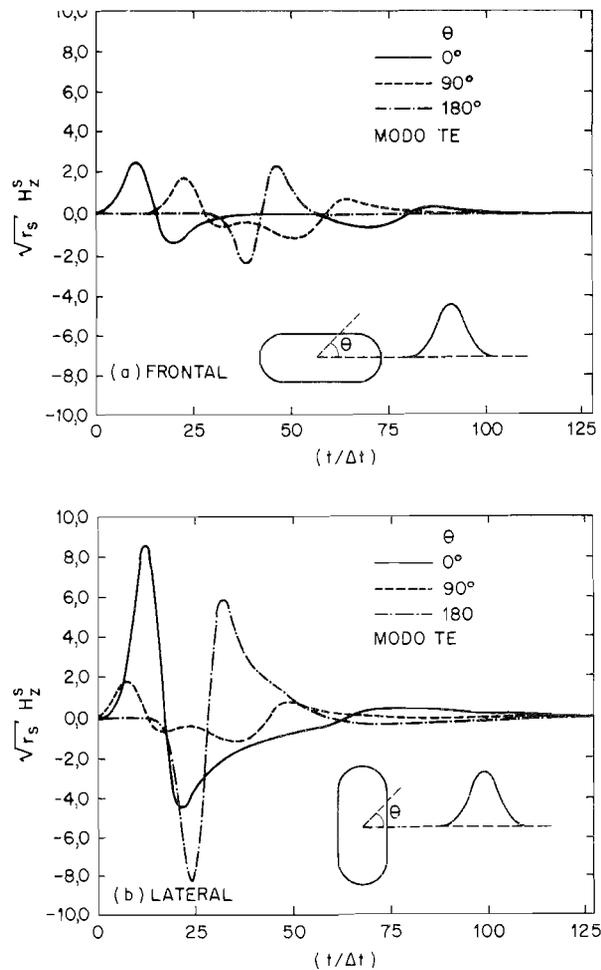


Figura 4. Campos magnéticos espalhados pelo cilindro de seção reta composta, com incidência: (a) frontal; (b) lateral. As mesmas normalizações descritas na Fig. 3 foram utilizadas.

iguais a 2,79 m e 0,5 m. Em todos os casos, os campos espalhados foram observados nas direções 0° , 90° e 180° (relativas à direção de incidência). Nestas figuras, as amplitudes do pulso incidente (caracterizado por $G = 6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$) foram apresentadas em valores das respectivas escalas verticais, sendo suas durações, em conformidade com a escala horizontal (comum) utilizada, normalizadas em relação a $\Delta t = 0,328 \text{ ns}$. Cada comprimento d de cada seção reta foi convertido para a mesma escala através da

relação $n_d = d/(c\Delta t)$. Por outro lado, os contornos foram respectivamente divididos em 51, 64 e 50 elementos de mesmo comprimento.

Os resultados de [12] foram representados por círculos na **Fig. 3**. As diferenças existentes não podem ser observadas na escala utilizada. Na ausência de informações completas, evitaram-se as comparações entre os resultados relativos aos demais casos. Observam-se, entretanto, boas concordâncias entre as formas gerais dos respectivos campos transientes espalhados.

Em todos os exemplos apresentados, os primeiros pulsos observados nas três direções resultam, predominantemente, das correntes induzidas diretamente pelo campo incidente. Na região iluminada do cilindro, estes pulsos podem ser interpretados como os resultados da reflexão especular. Em seguida, observam-se, nas três direções, contribuições das correntes originadas das interações mútuas entre os diversos elementos do contorno. Estas começam a atuar imediatamente após a interação direta entre o pulso incidente e o cilindro, explicando, em parte, as assimetrias existentes entre as partes anteriores e posteriores das componentes iniciais dos campos espalhados. Os efeitos das correntes resultantes das interações mútuas predominam a partir do momento em que cessa a interação direta já mencionada. Os últimos picos observados nas diversas curvas podem ser interpretados como contribuições de "creeping waves". O efeito máximo destas ondas ocorre na direção 180° , em decorrência das simetrias existentes.

Uma comparação entre as **figuras 3(a) e 3(b)** mostra os efeitos da polarização do campo incidente sobre o resultado. Em particular, as amplitudes máximas dos pulsos dianteiros do modo TM são superiores às do modo TE. As componentes resultantes da interação mútua entre dois elementos do cilindro, por outro lado, têm duração maior e são menos pronunciadas no modo TM, não causando, em geral, inversões no sinal do campo espalhado.

Observam-se, em todas as figuras, retardos e avanços dos campos espalhados nas demais direções, em relação àquele espalhado na direção 0° . Por exemplo, para a incidência frontal mostrada na **Fig. 4(a)**, a distância entre o elemento do contorno excitado inicialmente pelo campo incidente e o ponto de observação na direção 90° é superior à correspondente na direção 0° . O campo espalhado na direção 90° encontra-se, portanto, nitidamente atrasado em relação ao observado na direção de referência. Por outro lado, para a

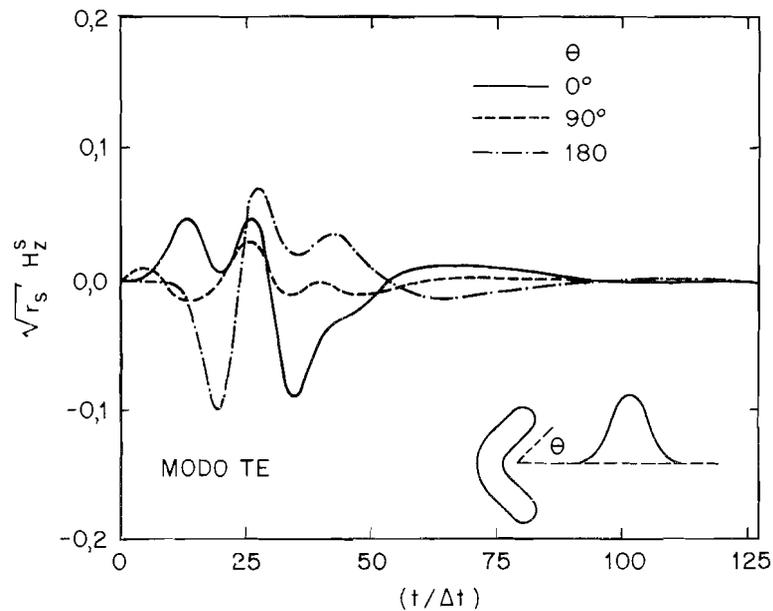


Figura 5. Campos magnéticos espalhados pelo refletor de canto. As mesmas normalizações descritas na Fig. 3 foram utilizadas.

incidência lateral mostrada na Fig. 4(b), a distância entre o canto superior da face plana ao ponto de observação da direção 90° é menor que a distância entre o centro da mesma face e o ponto de observação da direção 0°. Por conseguinte, o campo espalhado na direção 90° apresenta-se ligeiramente adiantado em relação ao espalhado na direção 0°.

Esta estrutura permite a observação de características especiais. Para ambas as incidências, as formas de onda relativas ao espalhamento na direção 90°, são idênticas. Este resultado era esperado, em consequência do teorema da reciprocidade [1]. Observa-se, na Fig. 4(a), que o campo espalhado na direção 0° se anula no intervalo de tempo compreendido entre os dois pulsos negativos, correspondente àquele no qual o pulso incidente se propaga na região uniforme (retângulo) do cilindro. As variações das seções yz (x constante) na parte posterior do cilindro são responsáveis pelo segundo pulso negativo observado na mesma curva.

Finalmente, observa-se na Fig. 5, além daquelas já apresentadas, outra componente dos campos espalhados pelo refletor de canto, resultante das

reflexões múltiplas que ocorrem na região côncava, iluminada no presente caso. O segundo pulso positivo observado em cada direção resulta deste mecanismo.

5. Conclusões

Observou-se que o tempo necessário ao cálculo dos campos transientes espalhados por um cilindro infinito condutor perfeito de seção reta arbitrária é sempre maior no domínio do tempo que no da frequência, mesmo que nenhuma das técnicas descritas na Seção 3 seja usada. Isto pode ser justificado pela presença, no domínio do tempo, da operação convolução entre o núcleo do operador integral e a densidade de corrente que se deseja determinar, ao passo que, no domínio da frequência, tem-se, simplesmente, o produto de suas transformadas de Fourier.

Esta conclusão não deve ser estendida imediatamente para o problema tridimensional. Neste caso, o núcleo do operador integral é a função delta de Dirac, de modo que aquela convolução pode ser realizada trivialmente.

Uma tabela de funções foi utilizada nos cálculos dos elementos das matrizes impedância. Esta técnica, em conjunto com o truncamento dos cálculos em frequências elevadas, produziu as maiores reduções no tempo de processamento. Adicionalmente, apresenta as seguintes vantagens em relação à técnica de interpolação: precisão uniformemente satisfatória em toda a faixa de utilização e necessidade de área de armazenamento relativamente pequena, capaz de compartilhar espaços prévia e obrigatoriamente alocados.

Finalmente, os campos transientes espalhados por três estruturas foram analisados. Os resultados obtidos mostraram boas concordâncias com os apresentados na literatura [9] e [12].

Agradecimentos

Este trabalho foi realizado no período de vigência do convênio Finep - PUC/RIO nº 4.3.89.0207-89/90. Durante o mesmo, E. Costa recebeu Bolsa de Pesquisa do CNPq e C. L. S. Souza Sobrinho recebeu Bolsa de Mestrado da CAPES (PICD). A idéia da construção de uma tabela, apresentada na

Seção 3, foi lembrada, num contexto diferente, pelo Prof. Raimundo Sampaio Neto, a quem os autores expressam seus agradecimentos.

Referências

- [1] J. Van Bladel, "Electromagnetic Fields", McGraw-Hill, New York, 1964.
- [2] S. Silver, "Microwave Antenna Theory and Design", McGraw-Hill, New York, 1949.
- [3] J.B. Keller, "Geometrical Theory of Diffraction", Journal of the Optical Society of America, vol. 52, nº 2, Fevereiro 1982, pp. 116-130.
- [4] A. Taflove e K.R. Umashankar, "The Finite-Difference Time Domain (FD-TD) Method for Electromagnetic Scattering and Interaction Problems", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, vol. 1, nº 3, 1987, pp. 243-267.
- [5] A. Taflove e K.R. Umashankar, "Review of FD-TD Numerical Modeling of Electromagnetic Wave Scattering and Radar Cross Section", Proceedings of the IEEE, vol. 77, nº 5, Maio 1989, pp. 682-699
- [6] K.K. Mei e J. Van Bladel, "Scattering by Perfectly-Conducting Rectangular Cylinders", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-11, nº 2, Março 1963, pp. 185-193
- [7] M.G. Andreasen, "Scattering from Parallel Metallic Cylinders with Arbitrary Cross Sections", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-12, nº 6, Novembro 1964, pp. 746-754.
- [8] A.J. Poggio e E.K. Miller, "Integral Equation Solutions of Three-Dimensional Scattering Problems", in Computer Techniques for Electromagnetics, R. Mittra (ed.), Pergamon Press, New York, 1973.
- [9] R. Mittra, "Integral Equation Methods for Transient Scattering, in Transient Electromagnetic Fields", L.B. Felsen (ed.), Topics in Applied Physics, vol. 10, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- [10] C.L.S. Souza Sobrinho, "Espalhamento de Transientes Eletromagnéticos por Cilindros Condutores de Seções Retas Arbitrárias", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC/RIO, Julho de 1989.

- [11] R.F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods", Macmillan, New York, 1968.
- [12] C.L. Bennet e W.L. Weeks, "Transient Scattering from Conducting Cylinders", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-18, nº 5, Setembro 1970, pp. 627-633.
- [13] M. Abramowitz e I.A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions", Dover, New York, 1968.
- [14] L.R. Rabiner e B. Gold, "Theory and Applications of Digital Signal Processing", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
- [15] E.H. Newman, "Generation of Wide-Band Data from the Method of Moments by Interpolating the Impedance Matrix", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-36, nº 12, Dezembro 1988, pp. 1820-1824.



CARLOS LEÔNIDAS S. S. SOBRINHO nasceu em Belém, Pará, em 31 de outubro de 1953. Concluiu o curso de Engenharia Elétrica em 1981 na Universidade Federal do Pará. Obteve o grau de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 1989. Está atualmente matriculado no programa de doutorado na Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP, na área de Eletromagnetismo Aplicado. Ingressou no quadro docente da Universidade Federal do Pará em 1986, como Professor Auxiliar, e é, desde 1989, Professor Assistente na mesma Universidade.



EMANOEL P. DE OLIVEIRA COSTA formou-se em Engenharia de Telecomunicações no Instituto Militar de Engenharia em 1972 e concluiu o mestrado em Engenharia Elétrica no mesmo Instituto em 1974. Concluiu o doutorado em Engenharia Elétrica na Universidade de Cornell em 1977. Ingressou na PUC/Rio em 1978, onde é atualmente Professor Associado. Desde então, tem estado envolvido em ensino e pesquisa no Centro de Estudos em Telecomunicações da Universidade Católica (CETUC). No período de 1984 a 1986, realizou atividades de pesquisa na área de Propagação Ionosférica no Air Force Geophysics Laboratory (Hanscom AFB, MA, Estados Unidos) como Pesquisador Visitante do Emmanuel College (Boston, MA). Seus interesses atuais estão nas áreas de propagação de sinais radioelétricos em meios naturais e aplicações de métodos numéricos a problemas de eletromagnetismo.