

# Equalizadores Cegos

Roberto S. Lucatelli Araújo e Fábio Violaro

Os equalizadores adaptativos convencionais empregados em canal telefônico operam com base em algoritmos de minimização do erro quadrático médio. Esses algoritmos exigem um período de treinamento inicial no qual é transmitida uma seqüência previamente determinada e conhecida no receptor. Este trabalho apresenta algoritmos alternativos que dispensam a transmissão de seqüências específicas. São descritos os vários algoritmos propostos na literatura até o presente e são mostrados os resultados de algumas simulações realizadas com canais telefônicos.

## 1. Introdução

A transmissão de dados em canais com faixa limitada está sujeita a vários tipos de distorções que dificultam a detecção correta do sinal no extremo receptor. Em particular, a interferência intersimbólica (iis), causada pela dispersão do sinal no tempo, é a principal responsável pela degradação do sinal recebido. Com o objetivo de minimizar a iis, o receptor dispõe de um dispositivo denominado equalizador adaptativo, que comumente tem seus coeficientes ("taps") ajustados pelo algoritmo do gradiente estocástico [1]. Como será justificado na Seção 2, este algoritmo necessita de uma seqüência de treinamento para alcançar a convergência inicial, e só após esse treinamento é que ele passa a operar com a seqüência de dados propriamente dita. No entanto, há situações onde seria interessante que o receptor dispensasse o recebimento de uma seqüência previamente conhecida para atingir a convergência. Um caso típico, descrito em [2], ocorre numa rede multiponto já em operação normal, quando um novo terminal deseja acessar a estação central. Claramente, se esta tiver que interromper o fluxo de dados para enviar uma seqüência específica para cada novo terminal chamador, a eficiência da rede cairá bastante. O objetivo deste trabalho é apresentar e discutir algoritmos que sejam capazes de convergir independentemente da seqüência recebida e sem conhecê-la a priori. Equalizadores que operam baseados nestes algoritmos são conhecidos como equalizadores cegos ou equalizadores auto-adaptativos.

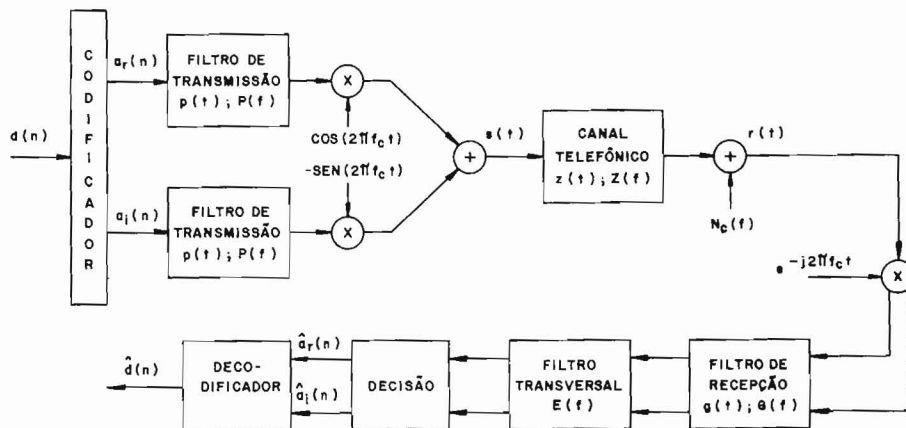
R. S. L. Araújo é Pesquisador do CPqD - TELEBRÁS, Caixa Postal 1.579, 13.100, Campinas - SP.

F. Violaro é Professor da Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP, Caixa Postal 6.101, 13.081, Campinas - SP.

Na Seção 2 o algoritmo do gradiente é revisado e é estabelecido o modelo do sistema de transmissão que será utilizado posteriormente. A Seção 3 apresenta os algoritmos de equalização cega propostos na literatura até o momento e a Seção 4 mostra o resultado de algumas simulações realizadas em canais telefônicos típicos.

## 2. Algoritmo do Gradiente Estocástico

A **Fig. 1** mostra um sistema de transmissão de dados típico [3]. A seqüência binária  $d(n)$  de entrada é codificada numa seqüência complexa  $a(n) = a_r(n) + ja_i(n)$ , formatada pelo filtro  $p(t)$ , e modula em quadratura uma portadora de freqüência  $f_c$ . O canal telefônico de resposta impulsional  $z(t)$  é de faixa limitada (300 a 3.400 Hz) e portanto o sinal de saída  $r(t)$  é, em geral, fortemente afetado pela iis. Além disso, há adicionalmente a degradação causada pelo ruído de canal  $n_c(t)$ . O filtro de recepção, com resposta impulsional  $g(t)$ , limita o ruído à faixa do sinal e o filtro transversal, com resposta de freqüência  $E(f)$ , se encarrega de minimizar a iis de forma que a seqüência decidida  $\{\hat{a}(n)\}$  seja, de acordo com algum critério, a mais próxima possível da seqüência transmitida  $\{a(n)\}$ .



**Figura 1.** Sistema de transmissão QAM.

A análise do sistema da **Fig. 1** é bastante facilitada se os processos de modulação e demodulação forem combinados com os filtros de transmissão, recepção e com o canal de resposta impulsional  $z(t)$ , dando origem ao sistema equivalente em banda básica [3], mostrado na **Fig. 2**. O equalizador com resposta de freqüência  $E(f)$  é um filtro transversal com resposta impulsional  $c(n)$ , determinada pelo algoritmo de controle. Este, por sua vez, é alimentado pelo sinal de erro  $e(n)$  definido por

$$e(n) = y(n) - \hat{a}(n) \quad (1)$$

onde

$$y(n) = \sum_{j=-N}^N c(n) u(n-j) \quad (2)$$

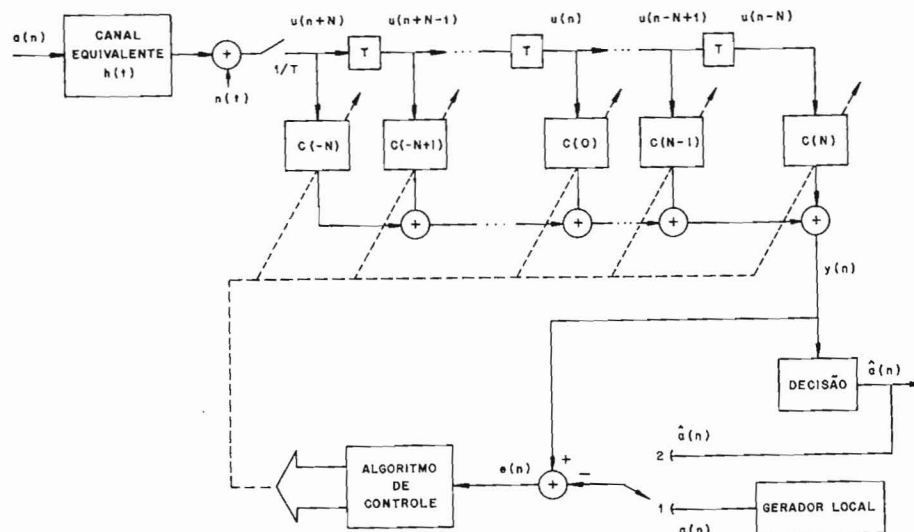
com

$$u(n) = \sum_j a(j) h(n-j) + n(n) \quad (3)$$

Em (3),  $h(n)$  é a resposta impulsional complexa do canal equivalente passa-baixas e  $n(n)$  é um ruído gaussiano complexo com amostras independentes. O algoritmo de controle atua de modo a minimizar o erro quadrático médio (MSE) dado por

$$\text{MSE} = E\{|e(n)|^2\} \quad (4)$$

onde  $E\{\cdot\}$  denota o valor esperado da quantidade entre colchetes.



**Figura 2.** Sistema equivalente em banda básica e equalizador transversal.

Pode-se mostrar [3] que a minimização acima leva ao chamado algoritmo do gradiente estocástico, proposto em 1960 por B. Widrow[4]. Neste algoritmo tem-se

$$\mathbf{c}(n+1) = \mathbf{c}(n) - \mu \mathbf{u}^*(n)e(n) \quad (5)$$

onde  $\mathbf{c}(n)$  é o vetor de coeficientes e  $\mathbf{u}(n)$  é o vetor de entrada. Os transposos destes vetores se escrevem, respectivamente,

$$c'(n) = [c(-N), \dots, c(0), \dots, c(N)]$$

e

$$u'(n) = [u(n+N), \dots, u(n), \dots, u(n-N)]$$

Em (5),  $\mu$  é a constante de adaptação e  $u^*(n)$  denota o conjugado do vetor  $u(n)$ . Para valores adequados de  $\mu$  o algoritmo converge para a solução ótima que minimiza o valor de MSE em (4), desde que as decisões  $\hat{a}(n)$  sejam corretas. Na prática isto não ocorre, isto é, a probabilidade de que, no início do processo,  $\hat{a}(n)$  esteja muito próximo de  $a(n)$  é, em geral, muito baixa, ou seja, a taxa de erro é elevada, gerando um sinal de erro  $e(n)$  inadequado à operação do algoritmo em (5). Para contornar este problema é necessário que haja um período de treinamento, no qual uma seqüência previamente determinada seja transmitida. No receptor, um gerador local fornece esta mesma seqüência, em sincronismo com o transmissor, garantindo um sinal de erro  $e(n)$  confiável. Portanto, no início da comunicação, a chave que aparece na **Fig. 2** está na posição 1. Terminado o treinamento, ela passa para a posição 2 e o equalizador passa a operar com a seqüência de dados propriamente dita.

### 3. Equalizadores Cegos

Como foi dito na seção anterior, o algoritmo definido por (5) exige uma seqüência de treinamento por causa da não-disponibilidade de uma referência confiável no início da comunicação. Pode-se entretanto eliminar o treinamento, definindo-se funções de erro mais robustas que permitam a convergência do algoritmo, independentemente da taxa de erro inicial. A seguir, são apresentadas as diversas funções de erro propostas até o momento na literatura. Deve-se observar que, mesmo nos artigos onde cada uma delas é sugerida, não há uma dedução formal destas funções de erro e nem de que maneira elas foram encontradas. Intuitivamente, pode-se dizer que a idéia central dos algoritmos de equalização cega é a substituição do sinal decidido  $\hat{a}(n)$  por um outro parâmetro que leva em conta valores médios relacionados à constelação de símbolos.

#### Algoritmo I – Y. Sato 1975 [5]

A função de erro é dada por

$$e^s(n) = y(n) - \beta \operatorname{sgn}[y(n)] \quad (6)$$

onde

$$\beta = E \{ a_r^2(n) \} / E \{ |a_r(n)| \} = E \{ a_i^2(n) \} / E \{ |a_i(n)| \}$$

$$y(n) = y_r(n) + jy_i(n)$$

e

$$\operatorname{sgn}[y(n)] = \operatorname{sgn}[y_r(n)] + j[\operatorname{sgn} y_i(n)]$$

com

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } x \geq 0 \\ -1 & \text{para } x < 0 \end{cases}$$

**Algoritmo II** – A. Benveniste 1984 [6]

Neste algoritmo, a função de erro se escreve

$$e^b(n) = k_1 e(n) + k_2 |e(n)|^2 e^s(n) \quad (7)$$

onde  $k_1$  e  $k_2$  são constantes e  $e(n)$  e  $e^s(n)$  são definidos em (1) e (6), respectivamente.

**Algoritmo III** – D. Godard 1980 [2]

Tem-se aqui

$$e^g(n) = y(n) \{ |y(n)|^2 - R \} \quad (8)$$

onde

$$R = E \{ |a(n)|^4 \} / E \{ |a(n)|^2 \}$$

**Algoritmo IV** – K. Wesolowski 1987 [7]

A função de erro é agora dada por

$$e^w(n) = y_r(n) [y_r^2(n) - A] + jy_i(n) [y_i^2(n) - A] \quad (9)$$

onde

$$A = E \{ a_r^4(n) \} / E \{ a_r^2(n) \} = E \{ a_i^4(n) \} / E \{ a_i^2(n) \}$$

**Algoritmo V** – G. Picchi 1987 [8]

Para este algoritmo, a função de erro é dada por (1),

$$e^p(n) = f_r(n)e_r(n) + jf_i(n)e_i(n) \quad (10)$$

onde  $e_r(n)$  e  $e_i(n)$  são as partes real e imaginária de  $e(n)$ , dado por (1)

$$f_r(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } \text{sgn}[e_r(n)] = \text{sgn}[e^s_r(n)] \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

e

$$f_i(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } \text{sgn}[e_i(n)] = \text{sgn}[e^{S_i}(n)] \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

com  $e^S_r(n)$  e  $e^S_i(n)$  denotando as partes real e imaginária de  $e^S(n)$ , dado por (6).

Várias observações podem ser feitas em conexão com os algoritmos acima definidos.

1) O algoritmo II é uma extensão do algoritmo I e apresenta a vantagem de ter erro tendendo a zero no estado estacionário; isto é, após a convergência, a flutuação dos coeficientes do equalizador em torno do valor ótimo é menor no algoritmo II que no algoritmo I. Isto também ocorre com o algoritmo V, enquanto os algoritmos I, III e IV apresentam flutuações no estado estacionário.

2) A função minimizada pelo algoritmo III é dada por [2]

$$E \{ [|y(n)|^2 - R]^2 \} \quad (11)$$

Conseqüentemente, ela não depende da fase do sinal recebido  $y(n)$  e, dessa forma, os algoritmos de equalização e recuperação de portadora estão totalmente desacoplados. Além disso, como é mostrado em [2], a convergência se dá independentemente da constelação de símbolos, o que não ocorre com os algoritmos I e II, que apresentam problemas, por exemplo, para a constelação V29 do CCITT [6].

3) O algoritmo IV é uma modificação do algoritmo III e, como será mostrado nas simulações, converge com maior velocidade.

4) Se  $f_r(n)=1$  e  $f_i(n)=1$ , a função de erro do algoritmo V se reduz àquela dada por (4). Entretanto, as funções  $f_r(n)$  e  $f_i(n)$  atuam de forma a levar em conta, com uma probabilidade elevada, somente as decisões corretas, e em caso contrário as correções não são efetuadas (daí o nome "Stop-and-Go Decision-Directed Algorithm").

5) A complexidade computacional adicional introduzida pelos algoritmos de equalização cega em relação ao algoritmo convencional é indicada na **Tabela 1**. Observe que o número de operações por iteração não depende do número de coeficientes do equalizador, de modo que o esforço computacional necessário à implementação dos algoritmos cegos é pouco maior que aquele requerido pelo algoritmo convencional.

Tipo de Operação	Algoritmo					
	Convencional	I	II	III	IV	V
sgn (x)	0	2	2	0	0	6
multiplicações	0	2	14	6	4	4
somas ou subtrações	2	2	4	3	2	4

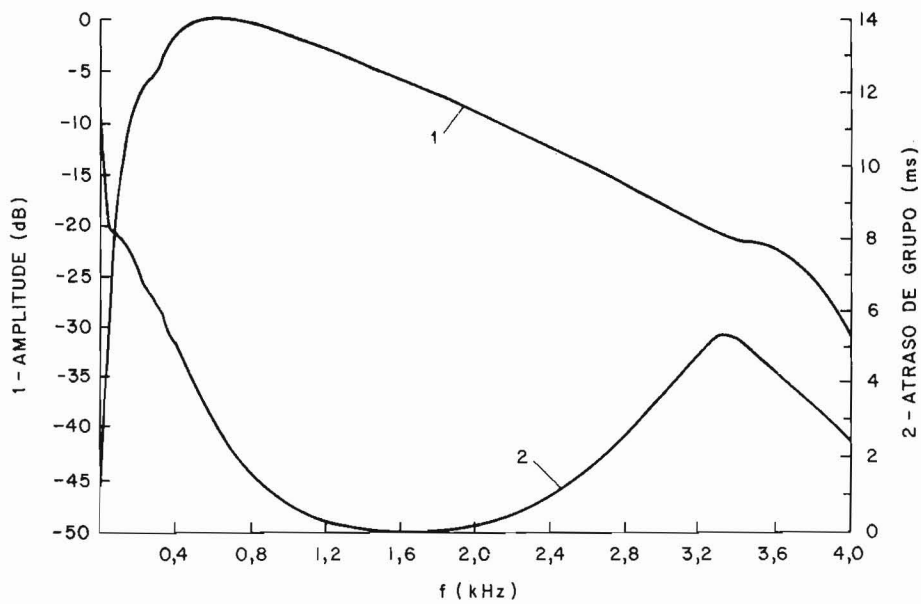
**Tabela 1.** Número de operações no cálculo da função de erro.

A análise da convergência dos algoritmos descritos não é simples devido às não-linearidades das funções  $|x|$ ,  $\text{sgn}(x)$ ,  $f_r(n)$  e  $f_i(n)$ , e ainda não se dispõe na literatura de um resultado concreto a respeito da questão. A única evidência de convergência para casos reais (canal com distorções e ruído) é obtida através de simulações. Algumas tentativas de exame da convergência podem ser encontradas em [9] e [10].

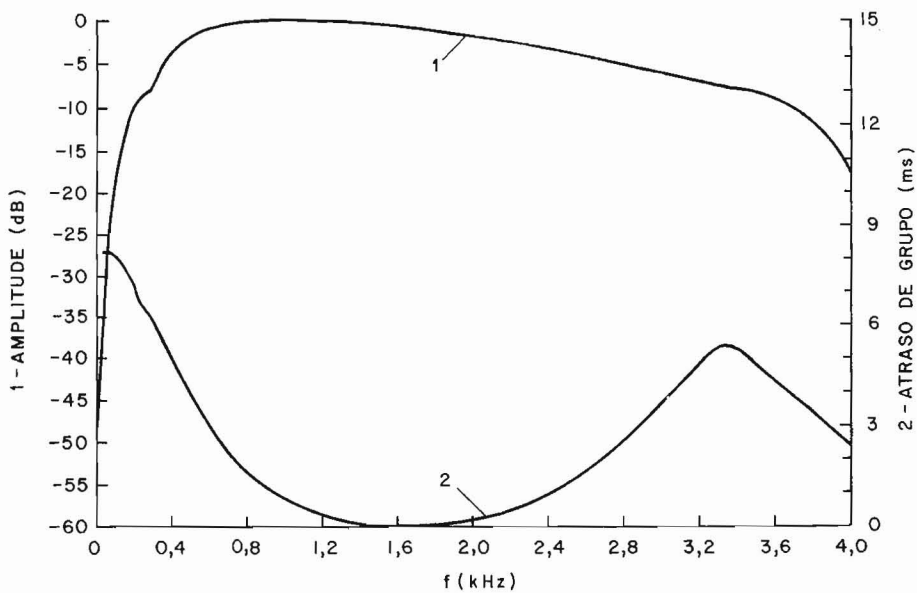
#### 4. Simulações

Para avaliar e comparar o desempenho dos algoritmos descritos, considere o sistema da **Fig. 1**. As respostas em frequência (amplitude e atraso de grupo) dos dois canais utilizados nas simulações são mostradas nas **figuras 3 e 4**. Estes canais podem ser considerados típicos e apresentam diferentes razões  $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ , onde  $\lambda_{\max}$  e  $\lambda_{\min}$  correspondem aos autovalores máximo e mínimo da matriz de autocorrelação do sinal à entrada do equalizador. A razão  $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$  é uma medida da distorção de amplitude causada pelo canal na seqüência de entrada que é formada por símbolos descorrelatados entre si e que, portanto, possui espectro plano. Para o canal 1 esta razão vale 34,2 e corresponde a um canal com acentuada distorção de amplitude; para o canal 2 esta razão vale 5,5 e corresponde a um canal com distorção de amplitude moderada. O sistema opera a 9.600 bits por segundo com uma taxa de transmissão de símbolos de 2.400 baud. Os filtros de transmissão e recepção são de fase linear e características de amplitude iguais à raiz quadrada do cosseno levantado com excesso de faixa de 10%. O equalizador transversal possui 31 coeficientes complexos e a constelação de símbolos é aquela mostrada na **Fig. 5**. A razão sinal-ruído é de 27 dB, medida na entrada do equalizador. Com estes dados pode-se calcular o MSE mínimo a partir de (4), resultando - 21,6 dB e - 25,85 dB para os canais 1 e 2, respectivamente.

Os resultados das simulações são apresentados nas **figuras 6 e 7** enquanto na **Tabela 2** podem ser encontrados os parâmetros utilizados na implemen-



**Figura 3.** Características de amplitude e atraso de grupo do canal 1 ( $\lambda_{\max} / \lambda_{\min} = 34,2$ ).



**Figura 4.** Características de amplitude e atraso de grupo do canal 2 ( $\lambda_{\max} / \lambda_{\min} = 5,5$ ).



tação de cada algoritmo. As curvas representam a evolução do erro quadrático médio (MSE), medido em dB, em função do número de iterações.

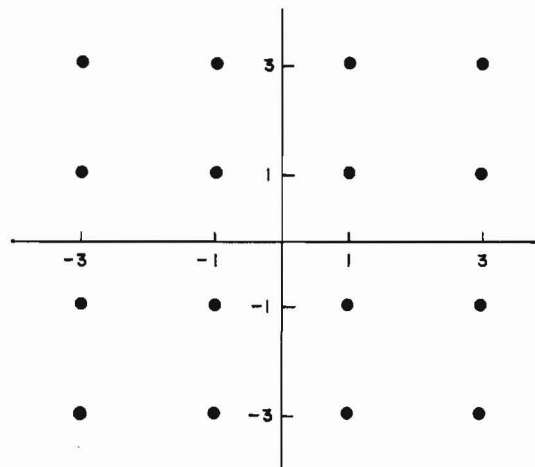


Figura 5. Constelação QAM — 16.

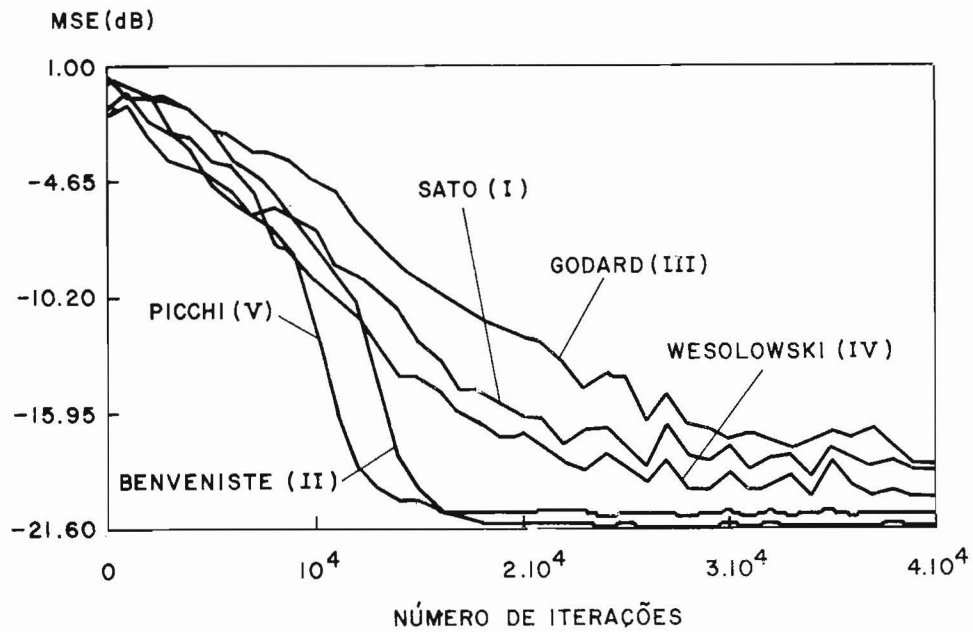
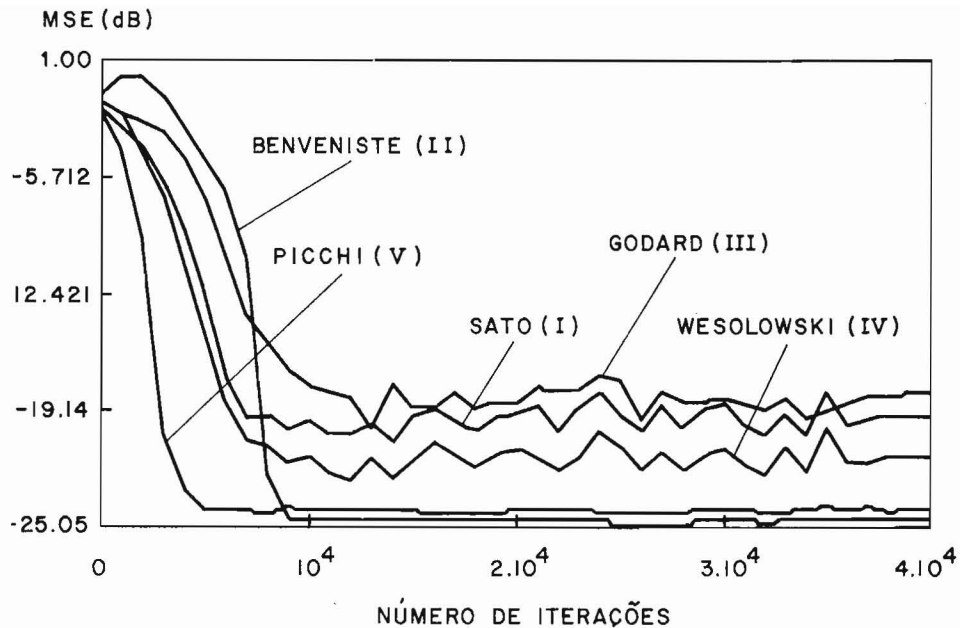


Figura 6. Erro quadrático médio em função do número de iterações quando os algoritmos são utilizados em conexão com o canal 1.



**Figura 7.** Erro quadrático médio em função do número de iterações quando os algoritmos são utilizados em conexão com o canal 2.

Algoritmo	Parâmetros
I	$\beta = 2,5 ; \mu = 0,0008$
II	$\beta = 2,5 ; \mu = 0,0003 ; k_1 = 4 ; k_2 = 2$
III	$R = 13,15 ; \mu = 0,00008$
IV	$A = 8,2 ; \mu = 0,0001$
V	$\beta = 2,5 ; \mu = 0,004$

**Tabela 2.** Parâmetros utilizados na implementação dos algoritmos comparados nas **figuras 6 e 7.**

Várias conclusões podem ser extraídas das figuras.

1) O algoritmo V é o que converge mais rapidamente, pois permite utilizar um valor de  $\mu$  mais elevado do que aqueles que podem ser utilizados em conexão com os demais algoritmos.

2) Pelo menos no que se refere ao canal 1, os algoritmos II e V apresentam desempenhos semelhantes, o que está de acordo com as simulações descritas

em [8]. Além disso, no estado estacionário, o comportamento de ambos se aproxima daquele do algoritmo convencional pois, para o algoritmo II, o primeiro termo do segundo membro de (7) prevalece sobre o segundo, e para o algoritmo V as funções  $f_r(n)$  e  $f_i(n)$  assumem o valor 1. Esta característica pode ser entendida como uma chave automática que realiza a comutação entre os algoritmos cego e convencional de acordo com o MSE na saída do equalizador.

3) Como esperado, no estado estacionário, os algoritmos I, III e IV apresentam um MSE sensivelmente maior que os algoritmos II e V. Este comportamento pode ser melhorado diminuindo-se gradativamente o valor do passo de adaptação ( $\mu$ ) à medida que o valor do MSE vai se aproximando do valor mínimo. No presente trabalho, o valor de  $\mu$  foi mantido constante (no valor que resultou na maior velocidade de convergência), não só para tornar a comparação mais clara, como também por ser este um procedimento comumente adotado na prática.

4) Como o algoritmo convencional, todos os algoritmos descritos são sensíveis ao espalhamento dos autovalores da matriz de autocorrelação do sinal à entrada do equalizador. Em particular, os algoritmos II e V dependem do símbolo decidido  $\hat{a}(n)$  e, portanto, quanto menor for a iis inicial (a qual é diretamente proporcional à razão  $\lambda_{\max} / \lambda_{\min}$ ), maior o número de símbolos decididos corretamente e, conseqüentemente, maior a velocidade de convergência.

## 5. Conclusões

Neste trabalho foram examinados e comparados diversos algoritmos de equalização adaptativa que convergem sem a necessidade de uma seqüência de treinamento específica, como tradicionalmente se faz no algoritmo convencional. As simulações realizadas com canais telefônicos típicos mostraram que a convergência ocorre por volta de 10.000 iterações, o que corresponde a aproximadamente 4 segundos para a taxa de 2.400 baud. Como é mostrado em [3], com uma seqüência de treinamento adequada no algoritmo convencional, pode-se atingir a convergência em cerca de 400 iterações mas, como foi comentado no início do trabalho, a utilização destas seqüências nem sempre é uma estratégia eficiente e, nestes casos, os equalizadores cegos são a solução mais adequada, apesar da menor velocidade de convergência. Outro aspecto importante é que a complexidade computacional introduzida nos algoritmos de equalização cega em relação ao algoritmo convencional é pequena, de modo que eles podem ser implementados sem maiores dificuldades.

Os algoritmos descritos aqui são aplicáveis ao equalizador transversal com espaçamento T (inverso da taxa de símbolos) entre as derivações. Recentemente, entretanto, foram propostos algoritmos de equalização cega para equalizadores com espaçamento fracionário (menor que T) [11], e para estruturas em treliça [12], que convergem com velocidade significativamente maior.

## Referências

- [1] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory", Prentice-Hall, New York, 1986.
- [2] D. N. Godard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-28, n.º 11, Novembro 1980, pp. 1867-1875.
- [3] R. S. Lucatelli, "Equalização Adaptativa para Modems de Dados", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP, Junho 1988.
- [4] B. Widrow e M. E. Hoff, "Adaptive Switching Circuits", IRE WES-COM Conference Record, 1960, pp. 96-104.
- [5] Y. Sato, "A Method of Self-Recovery Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-23, n.º 6, Junho 1975, pp. 679-682.
- [6] A. Benveniste e M. Goursat, "Blind Equalizers", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-32, n.º 8, Agosto 1984, pp. 871-883.
- [7] K. Wesolowski, "Self-Recovery Adaptive Equalization Algorithms for Digital Radio and Voiceband Data Modems", European Conference on Circuit Theory and Design Proceedings, Paris, França, Setembro 1987, pp. 19-24.
- [8] G. Picchi e G. Prati, "Blind Equalization and Carrier Recovery Using a 'Stop-and-Go' Decision-Directed Algorithm", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-35, n.º 9, Setembro 1987, pp. 877-887.
- [9] O. Marcchi e E. Eweda, "Convergence Analysis of Self-Adaptive Equalizers", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-30, n.º 2, Março 1984, pp. 161-176.
- [10] G. J. Foschini, "Equalizing Without Altering or Detecting Data", AT&T Technical Journal, vol. 61, n.º 8, Outubro 1985, pp. 1885-1911.
- [11] G. Picchi e G. Prati, "A Blind SAG-SO-DFD-FS Equalizer", IEEE International Conference on Communications, Philadelphia, Estados Unidos, Junho 1988, pp. 30.4.1-30.4.5.
- [12] V. Weerackody e S. A. Kassam, "Blind Equalization Using Lattice Filters", IEEE International Conference on Communications, Philadelphia, Estados Unidos, Junho 1988, pp. 12.5.1-12.5.4.



ROBERTO SILVA LUCATELLI ARAUJO graduou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade de Brasília em 1982. Obteve o Grau de Mestre em Comunicações pela Universidade Estadual de Campinas em 1988. Atualmente trabalha no CPqD – Telebrás no Projeto Rede Digital de Serviços Integrados (RDSI). Suas principais áreas de interesse são Comunicação de Dados e Filtragem Adaptativa.



FÁBIO VIOLARO graduou-se em Engenharia Elétrica em 1973, obteve o grau de Mestre em 1975 e o grau de Doutor em 1980, todos pela Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), onde é atualmente Professor. Suas áreas de interesse se concentram em Comunicações Digitais, Equalização Adaptativa e Processamento de Voz.