

Cálculo de Bloqueio em Matrizes de Comutação

Jorge Moreira de Souza, Marta R. de Bastos Martini e Caio C. Bonilha Rodrigues

O bloqueio ponto a ponto é uma das maneiras de se avaliar uma matriz de comutação sob o ponto de vista de grau de serviço. São apresentados, neste trabalho, alguns dos métodos mais utilizados para cálculo da probabilidade de bloqueio e suas limitações. É deduzida ainda uma fórmula para cálculo da probabilidade de bloqueio no Sistema TRÓPICO.

1. Introdução

Em uma central telefônica, a matriz de comutação é responsável pelo estabelecimento de um caminho de conexão entre o terminal chamador e o terminal chamado, a fim de que os dois possam manter uma conversação.

Não seria econômico prover uma matriz de comutação com tantos caminhos de voz quantos fossem necessários para a interligação de todos os pares de terminais. Assim, os sistemas de comutação existentes contam com um certo número de caminhos que são compartilhados por vários assinantes. Deste modo, existe a possibilidade de uma chamada ser rejeitada (não se completar) por falta de caminho livre até um terminal chamado que esteja desocupado. Este fenômeno é chamado bloqueio.

O bloqueio em matrizes de comutação degrada o serviço oferecido ao assinante e por isso deve situar-se dentro de limites toleráveis. O serviço oferecido pelas matrizes de comutação é geralmente avaliado por intermédio da probabilidade de bloqueio ponto a ponto, considerando a primeira tentativa de comutação de uma chamada. Dado um terminal de entrada e um terminal de saída, ambos livres, há bloqueio ponto a ponto quando estes dois terminais não conseguem comunicar-se.

Durante o trabalho de desenvolvimento de centrais telefônicas da família TRÓPICO [1], várias possíveis configurações para a matriz de comutação foram consideradas. Foi necessário avaliá-las para saber se os modelos propostos atendiam aos requisitos de

Os autores são Pesquisadores do CPqD-TELEBRÁS,
Caixa Postal 1579, 13.100, Campinas - SP.

grau de serviço. A partir daí, surgiu a idéia de organizar uma metodologia de abordagem ao problema de cálculo de bloqueio em matrizes de comutação, indicando, para cada caso, o melhor método a utilizar.

Apresentamos na Seção 2 uma breve análise dos diversos tipos de matrizes que formam os sistemas de comutação. Na Seção 3, apresentamos a noção de grafo de conexão, a partir da idéia de grafo de probabilidade, introduzida por Lee [2]. Na Seção 4, estudamos o método de Lee para sistemas neutros ou com pouca expansão e na Seção 5 mostramos as limitações deste método. Na Seção 6, mostramos a extensão do método de Lee feita por Krupp, a fim de estudar sistemas com expansão significativa. Na Seção 7, apresentamos o procedimento usado por Takagi que é geral e se baseia no teorema da probabilidade total para avaliar as matrizes por decomposição. Na Seção 8, é mostrado o cálculo da probabilidade de bloqueio do sistema de comutação da central TRÓPICO-R e finalmente na Seção 9 são resumidas as conclusões do trabalho.

2. Matrizes de Comutação

A matriz de comutação é o elemento básico de um equipamento de comutação de circuitos. Ela é dita de acessibilidade plena quando é capaz de interligar qualquer terminal de entrada a qualquer terminal de saída.

As primeiras matrizes de comutação construídas para centrais telefônicas automáticas eram totalmente eletromecânicas. Estas matrizes eram espaciais, ou seja, existia um caminho físico entre o terminal de entrada e o terminal de saída, e analógicas, ou seja, a voz era comutada sem sofrer nenhuma conversão. Esta tecnologia (matrizes analógicas espaciais), que começou com as centrais telefônicas passo a passo, teve constantes evoluções e predominou nas centrais telefônicas até o início da década de 70 nos Estados Unidos, meio da década de 70 na Europa e meio da década de 80 no Brasil. Estas evoluções foram tanto do ponto de vista tecnológico (apareceram matrizes "cross-bar" e "cross-point", por exemplo) quanto do ponto de vista sistêmico, através do surgimento de centrais constituídas por várias matrizes (estágios), formando matrizes compostas (sistemas de comutação).

Com o avanço da tecnologia dos circuitos integrados, as matrizes de comutação evoluíram bastante; as matrizes espaciais ganharam em eficiência, apareceram as matrizes temporais e as matrizes espaço-temporais [3]. Os sistemas de comutação de vários estágios tornaram-se mais eficientes e de custo menor através da combinação dos diferentes tipos de matrizes, ainda com acessibilidade plena em cada estágio [4].

2.1. Tipos de Matrizes

Com relação ao número de entradas e saídas, podemos ter três tipos de matrizes. Uma matriz é neutra quando o número de entradas é igual ao número de saídas. Diz-se que a

matriz é com expansão quando o número de entradas é menor que o número de saídas. Finalmente, matriz com concentração é aquela em que o número de entradas é maior que o número de saídas.

Com relação à comutação podemos ter também três tipos de matrizes: temporal (T), espacial (S), e espaço-temporal (ST). As definições de matriz temporal, matriz espacial e matriz espaço-temporal são melhor entendidas através do conceito de equivalente espacial apresentado a seguir.

2.2. Equivalente Espacial

Para um melhor entendimento dos diversos tipos de matrizes com relação à comutação, podemos nos valer da sua representação em termos de seu equivalente espacial. Isto facilita o estudo do bloqueio ponto a ponto em um sistema misto, pois todo ele fica representado sob o ponto de vista de comutação espacial de canais.

a) Matriz Temporal

Seja um enlace de entrada contendo N canais e outro de saída contendo M canais. Em uma matriz temporal, qualquer dos N canais de entrada pode ser conectado a qualquer dos M canais de saída. Considerando uma matriz espacial, tudo se passa como se tivéssemos N entradas, as quais pudessem ser conectadas a qualquer uma das M saídas, como mostra a Fig. 1.

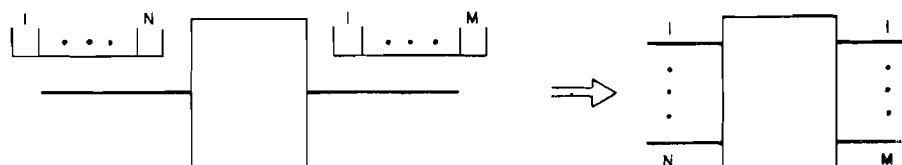


Figura 1. Matriz temporal e seu equivalente espacial.

b) Matriz Espacial

Seja a matriz espacial contendo K enlaces de N canais na entrada e L enlaces de N canais na saída. Neste caso, só pode haver comutação entre os enlaces, sendo que os canais permanecem imutáveis. Assim sendo, podemos representá-la como N matrizes espaciais com K entradas e L saídas, conforme mostrado na Fig. 2.

c) Matriz Espaço-Temporal

Seja uma matriz contendo K enlaces de entrada com N canais e L enlaces de saída com M canais, conforme apresentado na Fig. 3. Neste caso, é possível tanto a comutação

dos enlaces quanto dos canais e qualquer canal de qualquer enlace pode ser conectado a qualquer outro canal de qualquer enlace, inclusive do mesmo enlace ao qual pertence o primeiro canal, conforme mostra a Fig.3.

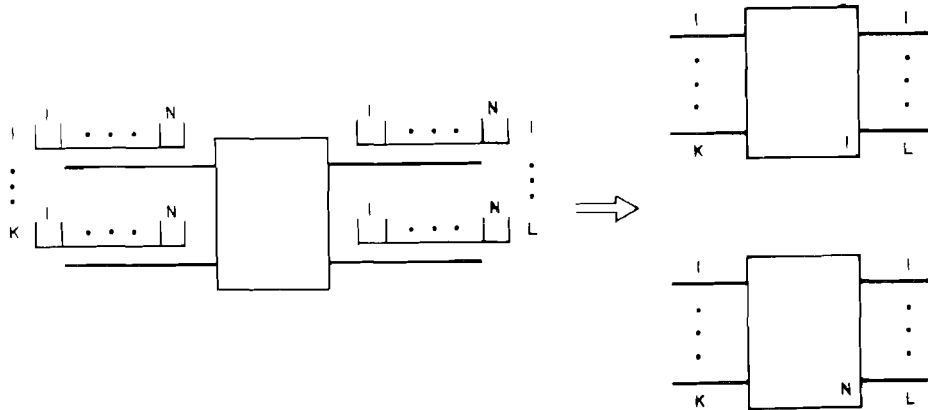


Figura 2. Matriz espacial e seu equivalente espacial.

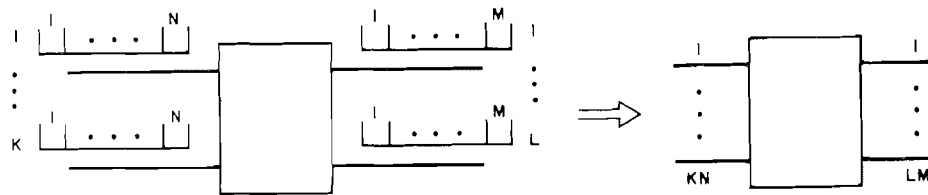


Figura 3. Matriz espaço-temporal e seu equivalente espacial.

d) Matriz com Vários Estágios

Em uma matriz com vários estágios, o equivalente espacial é feito combinando os equivalentes espaciais dos diversos estágios da matriz. Seja a matriz de três estágios mostrada na Fig. 4. O primeiro e o terceiro estágio são temporais e o segundo é espacial (TST) [5]. Seu equivalente espacial é mostrado na Fig. 5, onde são indicadas as regiões de enlaces A, B, C e D.

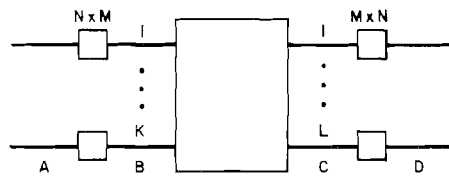


Figura 4. Matriz de três estágios (TST).

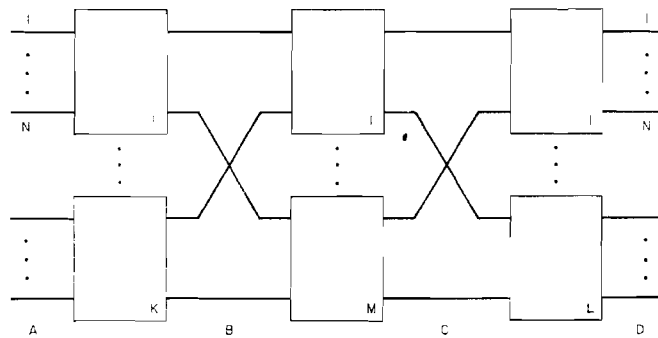


Figura 5. Equivalente espacial da matriz TST mostrada na Fig. 4.

3. Grafos de Conexão

O bloqueio em uma matriz de comutação afeta o serviço oferecido ao usuário e, por isso, deve ficar abaixo de um certo limite. O requisito de grau de serviço geralmente utilizado é o de bloqueio ponto a ponto, considerando a primeira tentativa de conexão de uma chamada.

Para estudarmos o bloqueio em sistemas de comutação é necessário identificar os possíveis caminhos ligando dois terminais determinados e qual a concorrência existente em cada trecho da matriz que fornece caminho entre os dois terminais. Esses elementos compõem o que chamamos de grafo de conexão de um sistema de comutação [2].

Em um grafo de conexão representamos os pontos de conexão por nós e os enlaces por retas. Por exemplo, as matrizes das figuras 1, 2 e 3 são representadas pelos grafos da Fig. 6 por intermédio de (a), (b) e (c), respectivamente.

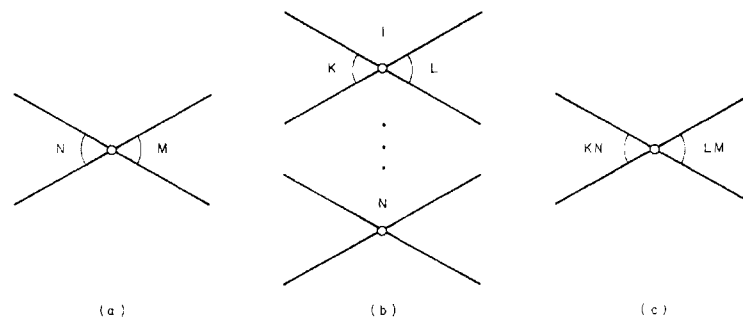


Figura 6. Grafos de conexão correspondentes às matrizes das figuras 1, 2 e 3, respectivamente.

Podemos ver, a partir da Fig. 6, que a identificação do grafo de conexão de um sistema de comutação se torna bastante evidente a partir do seu equivalente espacial.

Uma peculiaridade que deve ser levada em conta é que só o bloqueio ponto a ponto entre dois terminais determinados interessa. Dessa forma, nós paralelos não são representados em um grafo de conexão. Para ilustrar esse ponto, tomemos o grafo da Fig. 7 que representa a matriz cujo equivalente espacial aparece na Fig. 5.

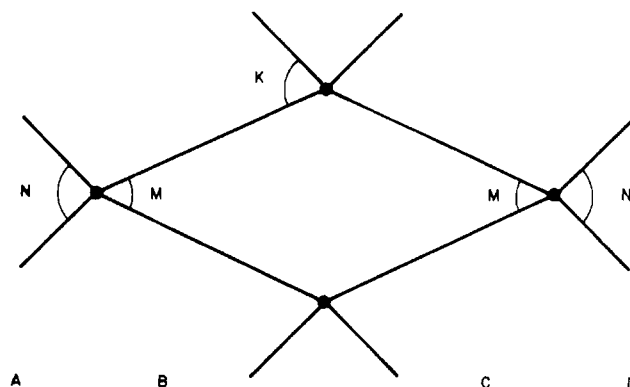


Figura 7. Grafo de conexão da matriz TST cujo equivalente espacial aparece na Fig. 5.

Um terminal que ocupe um dos N canais do enlace A só pode ser conectado a um dos M canais do enlace B no estágio temporal. No estágio espacial, o canal só pode ser conectado com o canal de mesma numeração do enlace C que acessa o terminal de saída desejado. Este enlace é disputado por outros (K - 1) canais. No estágio temporal (terceiro estágio) novamente o canal pode ser comutado com um dos N canais de saída, que estão sendo disputados por outros (M-1) canais C.

4. Método de Lee

O método de Lee [2] para cálculo da probabilidade de bloqueio é aplicável a sistemas onde as matrizes dos vários estágios são neutras ou de pequena expansão. Isto ocorre porque o método supõe que a ocupação dos canais é dada pela função distribuição de probabilidade de Bernouilli. O método de Lee consiste na análise sistemática de grafos de conexão lineares (série-paralelo).

a) Grafo Série

Seja o grafo série da Fig. 8 onde P_i ($1 \leq i \leq N$) é a probabilidade de ocupação do enlace i ($1 \leq i \leq N$). Para haver bloqueio, basta que um dos enlaces esteja ocupado. Portanto, a probabilidade de bloqueio (B) é dada por

$$B = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_i)$$

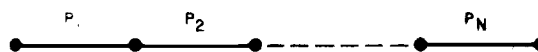


Figura 8. Grafo série.

b) Grafo Paralelo

Seja o grafo paralelo da Fig. 9 onde P_i ($1 \leq i \leq N$) é a probabilidade de ocupação do enlace i ($1 \leq i \leq N$). Para que haja bloqueio é necessário que todos os enlaces estejam ocupados. Portanto, a probabilidade de bloqueio é dada por

$$B = \prod_{i=1}^N P_i$$

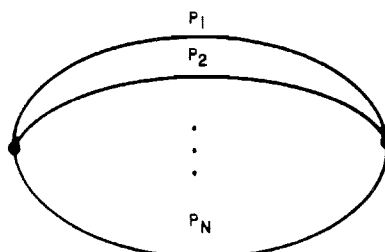


Figura 9. Grafo paralelo.

c) Grafo Composto

Em grafos compostos, o cálculo da probabilidade de bloqueio se faz por etapas, considerando separadamente as partes série e paralelo na forma explicada nos itens a e b. Para ilustrar, vamos calcular a probabilidade de bloqueio do grafo mostrado na Fig. 7. Seja P a probabilidade de ocupação (tráfego) de qualquer um dos enlaces. Para o grafo série, a probabilidade de bloqueio é

$$1 - (1 - P)^2$$

Como temos M grafos paralelos, a probabilidade de bloqueio total é

$$B = [1 - (1 - P)^2]^M \quad (1)$$

5. Limitação do Método de Lee

O cálculo da probabilidade de bloqueio através de grafos de probabilidade está vinculado a várias hipóteses simplificadoras. Uma delas é a de que a probabilidade de bloqueio nos caminhos alternativos é o produto das probabilidades de bloqueio nos caminhos individuais. Essa hipótese, por sua vez, está ligada a outra: a de que os bloqueios individuais são eventos independentes, o que não é verdade, particularmente quando há expansão significativa.

Considere-se uma matriz de três estágios como a da Fig. 7 onde $N = K = L$, $M = 2N - 1$ e a probabilidade de ocupação dos enlaces A é P' . Clos [6] publicou em 1953 uma análise mostrando que matrizes desse tipo são não bloqueantes.

Vamos agora calcular a probabilidade de bloqueio através do método de Lee, utilizando (1). Da hipótese de distribuição homogênea de tráfego entre os enlaces A e B, e assumindo que a probabilidade de ocupação dos enlaces B é P, temos que

$$P = P' \cdot \frac{N}{M}$$

Substituindo em (1) chegamos a

$$B = [1 - (1 - P' \cdot N/M)^2]^M \quad (2)$$

Quando $2N - 2$ caminhos estão ocupados, (2) está assumindo que o caminho restante estará livre com uma probabilidade de $(1 - P' \cdot N/M)^2$, enquanto na verdade o caminho restante está necessariamente livre. Isto mostra a limitação do método.

Em geral, quando existe expansão no sistema, a hipótese de que os bloqueios individuais são eventos independentes leva a uma probabilidade de bloqueio maior que a real. Quando existe concentração, ocorre o contrário e, geralmente, o método de Lee fornece probabilidades de bloqueio menores do que realmente são.

6. Método de Krupp

O método de Krupp [7] é uma extensão do método de Lee e é aplicável a sistemas onde há significativa expansão. Seja o grafo de conexão da Fig. 10, representando uma rede genérica de três estágios com expansão tanto na entrada quanto na saída ($M > N, M > L$). As probabilidades de bloqueio nos lados A e B são respectivamente P e R e supomos que a probabilidade de bloqueio Q entre os lados (enlaces) A e B é nula.

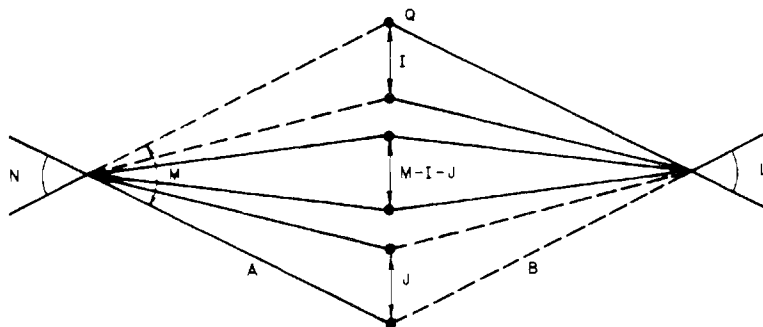


Figura 10. Grafo de conexão de uma matriz de três estágios.

Existem, no mínimo, $I = M - N$ enlaces livres no lado A e $J = M - L$ enlaces livres no lado B. Os enlaces livres aparecem tracejados na Fig. 10. O grafo dado é na verdade a representação de três grafos paralelos mostrando três situações distintas de bloqueio que podem acontecer:

- (i) o grafo superior tem I caminhos independentes e sua probabilidade de bloqueio é R^I ;
- (ii) o grafo inferior tem J caminhos independentes e sua probabilidade de bloqueio é P^J ;
- (iii) o grafo médio tem $H = M - I - J = N + L - M$ caminhos independentes, cada um deles com probabilidade de bloqueio $(1 - \bar{P}, \bar{R})$ onde $\bar{P} = (1 - P)$ e $\bar{R} = (1 - R)$.

Deste modo, a parte probabilística da fórmula de bloqueio do grafo é $B_p = P^{M-L} \cdot R^{M-N} \cdot (1 - \bar{P}, \bar{R})^{N+L-M}$. Entretanto, existem $\binom{M}{J}$ maneiras de arranjar os enlaces livres no lado B mas somente em $\binom{M-I}{J}$ dessas maneiras os enlaces livres encontrarão enlaces ocupados no lado A. Logo, a parte combinatória do bloqueio do grafo é

$$B_c = \frac{\binom{M-I}{J}}{\binom{M}{J}}$$

e a probabilidade de bloqueio é

$$B = \frac{\binom{M-1}{J}}{\binom{M}{J}} \cdot P^{M-L} \cdot R^{M-N} \cdot (1-\bar{P} \cdot \bar{R})^{N+L-M}$$

onde o símbolo $\binom{M}{J}$ representa o número de combinações de M elementos agrupados J a J.

Podemos generalizar este resultado considerando $Q \neq 0$. Seja o grafo genérico de três estágios mostrado na Fig. 11, onde $H = N + L - M$.

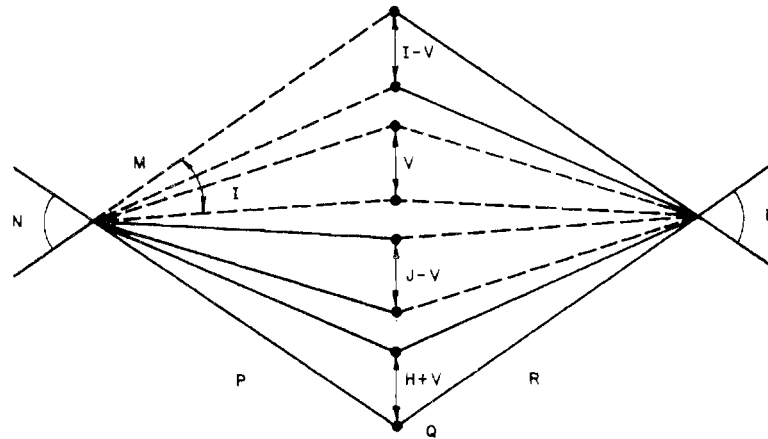


Figura 11. Grafo de conexão de uma matriz de três estágios com $Q \neq 0$.

Aplicando o raciocínio anterior, temos que a probabilidade de bloqueio ponto a ponto é nesse caso

$$B = \sum_{V=0}^{\min(M-L, M-N)} \frac{\binom{M-N}{V} \cdot \binom{N}{M-L-V}}{\binom{M}{M-L}} \cdot B_1$$

onde

$$B_1 = Q^V \cdot (1-\bar{Q} \cdot \bar{R})^{M-N-V} \cdot (1-\bar{Q} \cdot \bar{P})^{M-L-V} \cdot (1-\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot \bar{R})^{N+L-M+V}$$

7. Método de Takagi

O método de Takagi [8], [9] para cálculo da probabilidade de bloqueio é baseado no método de Jacobæus [10]. A dedução da fórmula da probabilidade de bloqueio é obtida através da decomposição do grafo de conexão do sistema de comutação, observando os caminhos disponíveis entre uma entrada e uma saída. O método é válido para qualquer tipo de grafo de conexão, série-paralelo ou teia de aranha (não série-paralelo) com concentração, expansão ou neutro.

7.1. Procedimento Geral

Tipicamente, o grafo em estudo é dividido em duas partes, C e D, como mostra a Fig. 12(a) onde a parte C corresponde ao estágio inicial e a parte D aos demais estágios.

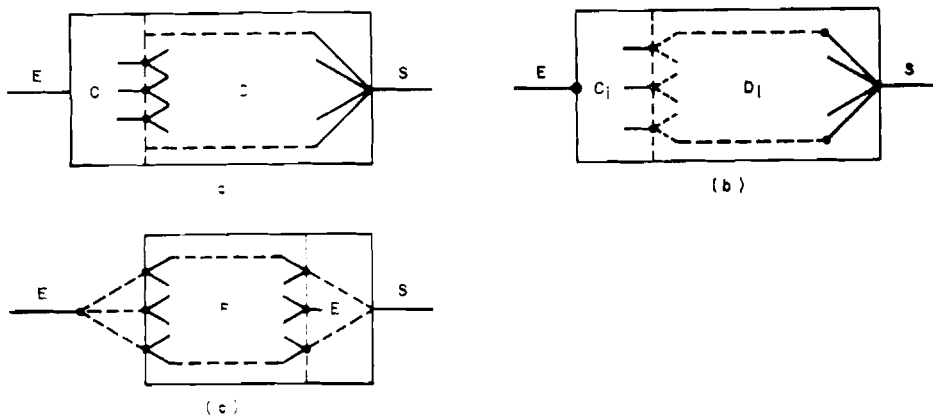


Figura 12. Partição do grafo de conexão.

A probabilidade de bloqueio B é expressa pela equação

$$B = \sum_{i=1}^{N_1} P(C_i) \cdot B(D | C_i) \quad (3)$$

onde $P(C_i)$ é a probabilidade de que a parte C esteja no estado C_i , correspondente a uma possível combinação livre-ocupado dos enlaces dessa parte, N_1 é o número total de possíveis estados da parte C e $B(D | C_i)$ é a probabilidade de bloqueio na parte D condicionada à ocorrência do estado C_i .

Conhecido o estado C_i podemos determinar quais os nós situados na linha de divisão entre C e D que são acessíveis à entrada (nós cujo enlace de conexão à entrada está livre). Tais nós serão denominados nós de interesse. Apenas os nós de interesse devem ser considerados na avaliação de $B(D|C_i)$. Diz-se então que a parte D está no estado D_j , conforme indicado na Fig. 12(b), e os nós de interesse situados na linha de divisão entre C e D podem ser agrupados num único nó, o que leva a uma primeira redução do grafo original e gera o que se denomina um grafo de conexão reduzido.

Finalmente, assumida a independência entre os estágios, $B(D|C_i)$ pode ser calculada como a probabilidade $B(D_j)$. A obtenção de B a partir de (3) é exata, na medida em que $P(C_i)$ e $B(D|C_i)$ forem calculados levando em consideração todos os estados do sistema e não apenas os estados do grafo de conexão.

Procedimento similar pode ser utilizado para particionar o grafo D_j , da parte D, nas partes E e F, como mostra a Fig. 12(c). Mais uma vez supõe-se que uma das partes se encontra em um estado específico. Observe-se que esta parte não é necessariamente aquela no lado da entrada, adjacente à parte C, podendo ser também aquela no lado da saída. Tem-se então que o bloqueio B é dado por

$$B = \sum_{i=1}^{N_1} P(C_i) \sum_{j=1}^{N_2} P(E_j) \cdot B(F|C_i, E_j) \quad (4)$$

onde $P(E_j)$ é a probabilidade de que a parte E esteja no estado E_j , N é o número total de possíveis estados da parte E e $B(F|C_i, E_j)$ é a probabilidade de bloqueio na parte F condicionada à ocorrência de C_i e E_j . Assumindo a independência entre estágios, $B(F|C_i, E_j)$ pode ser expressa pela probabilidade de bloqueio $B(F_{i,j})$ correspondente ao grafo de conexão reduzido $F_{i,j}$ da parte F.

A aplicação sucessiva deste procedimento de partição continua até que o grafo de conexão reduzido possa ser expresso como uma combinação série-paralelo de enlaces e, então $B(F_{i,j})$ possa ser facilmente calculada. Durante esse processo teremos duas interpretações para a probabilidade de bloqueio do tipo $B(F_{i,j})$:

- (i) probabilidade de bloqueio do grafo de conexão reduzido restante, como o denotado por F na Fig. 12(c) que corresponde ao caso geral descrito anteriormente;
- (ii) probabilidade de bloqueio dos nós restantes de um estágio, no caso especial em que F na Fig. 12(c) não possui enlaces. Neste caso, $B(F_{i,j}) = 1$ quando um ou mais nós puderem ser acessados a partir da entrada e da saída, e $B(F_{i,j}) = 0$ quando tal nó não existir.

7.2. Decomposição do Grafo de Conexão

Para a aplicação do procedimento geral anteriormente descrito, são considerados estados específicos, como C_i, E_j em (4), estágio a estágio, sucessivamente e partindo dos estágios centrais, de modo que as decomposições sucessivas possam ser feitas. Para o cálculo de $P(C_i)$ e $P(E_j)$, pode-se partir da hipótese de que um número específico de enlaces esteja livre em cada estágio (ou em todos os grupos de um estágio). Dessa forma, o número de nós acessíveis a partir de uma entrada (ou saída) fica diretamente determinado e o grafo de conexão reduzido da parte restante pode ser imediatamente identificado.

Seja, por exemplo, o grafo de conexão da Fig. 13(a). Suponhamos que i_1 enlaces dentre os N_1 do primeiro estágio estejam livres, denotando por $P_1(i_1)$ a probabilidade correspondente a esse estado. Então, a probabilidade de bloqueio B do grafo de conexão é expressa por

$$B = \sum_{i_1=0}^{N_1} P_1(i_1) \cdot B_{2-3}(i_1) \quad (5)$$

onde $B_{2-3}(i_1)$ é a probabilidade de bloqueio do grafo de conexão reduzido mostrado na Fig. 13(c), que pode ser obtido agrupando os nós de interesse situados na linha de divisão entre as partes 1 e 2-3. Esses nós de interesse são mostrados na Fig. 13(b). O grafo de conexão reduzido da Fig. 13(c) é um grafo série-paralelo e a probabilidade de bloqueio correspondente pode ser facilmente calculada. Sejam r_2 e r_3 as probabilidades de ocupação dos enlaces 2 e 3, respectivamente. Tem-se então que

$$B_{2-3}(i_1) = [1 - (1 - r_2)^{i_1} \cdot (1 - r_3)]^{N_3} \quad (6)$$

Substituindo (6) em (5) obtém-se a expressão do bloqueio ponto a ponto do grafo de conexão considerado

$$B = \sum_{i_1=0}^{N_1} P_1(i_1) \cdot [1 - (1 - r_2)^{i_1} \cdot (1 - r_3)]^{N_3} \quad (7)$$

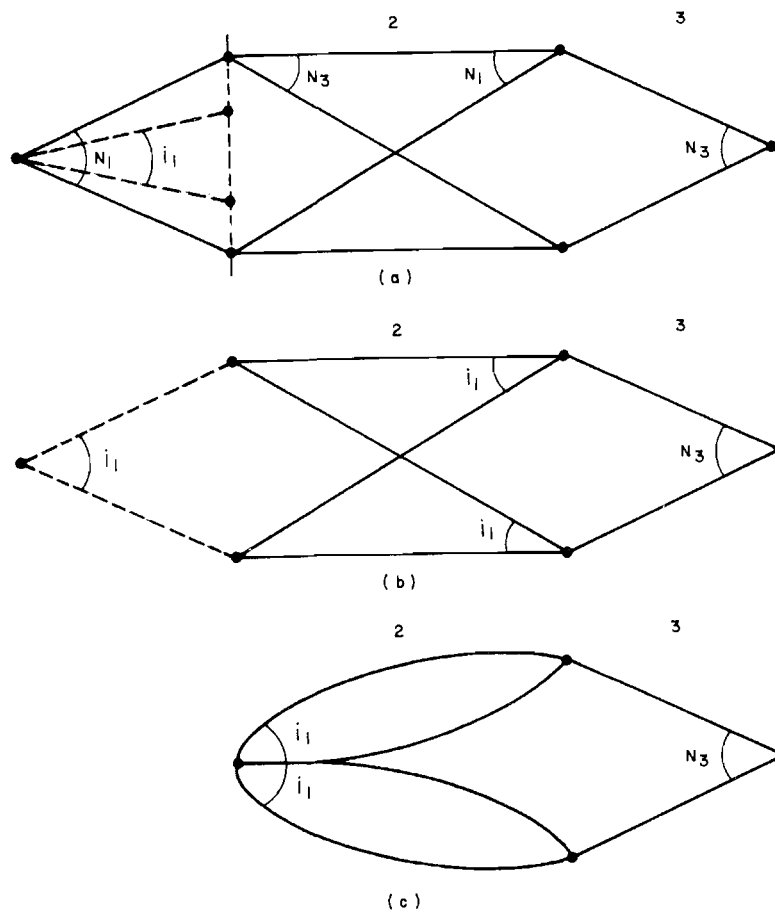


Figura 13. Processo de decomposição de um grafo de conexão.

8. Exemplo de Aplicação no Sistema TRÓPICO -R

Seja a estrutura de comutação mostrada na Fig. 14. Os P planos (estágios de comutação espaço-temporal) não têm bloqueio. Para efetuar a comutação entre os terminais A e B deve haver canal livre para os lados A e B no mesmo plano de comutação, sendo que esse canal deve ser de mesma numeração que o escolhido na saída do MT (módulo de terminais).

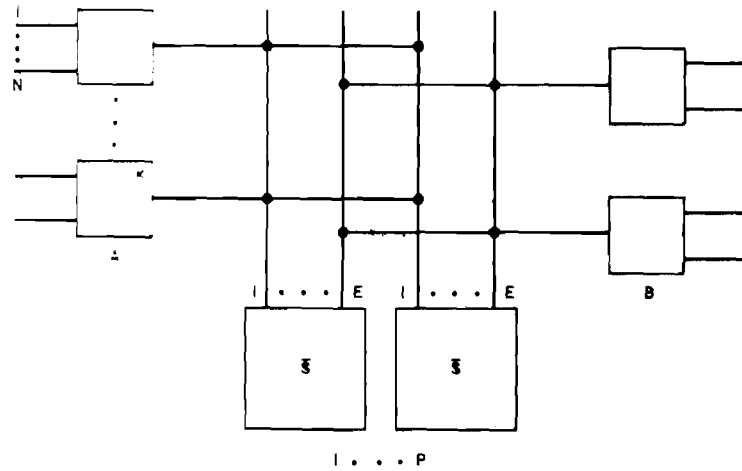


Figura 14. Matriz de comutação do sistema TRÓPICO-R.

O equivalente espacial da matriz de comutação mostrada na Fig. 14 é apresentado na Fig. 15 e o grafo de conexão correspondente na Fig. 16.

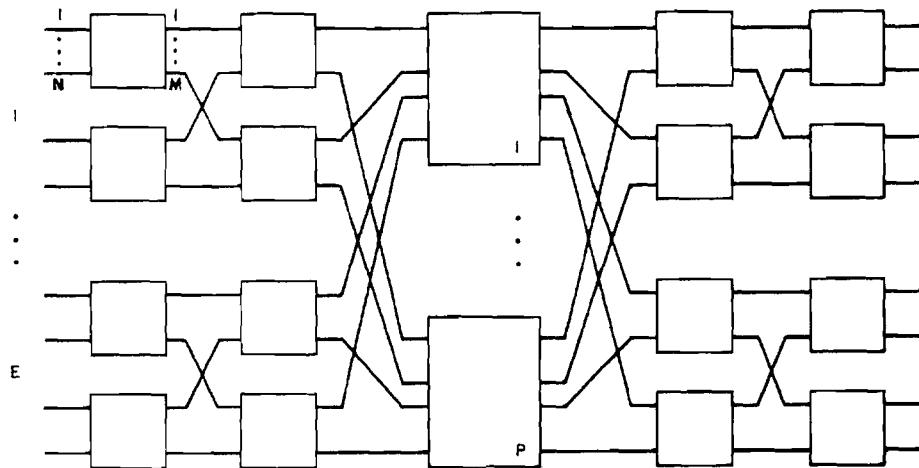


Figura 15. Equivalente espacial da matriz de comutação do sistema TRÓPICO-R.

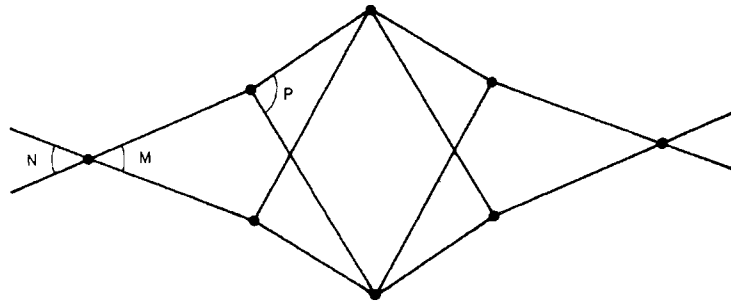


Figura 16. Grafo de conexão da matriz de comutação do sistema TRÓPICO-R.

Como podemos ver, o grafo é do tipo teia de aranha e não pode ser resolvido pelos métodos de Lee e Krupp. Vamos então utilizar o método de Takagi, partindo da hipótese de distribuição homogênea de tráfego entre os primeiros estágios.

Suponhamos que i_1 enlaces estão livres na parte 1 do grafo, conforme indicado na **Fig. 17**. A expressão do bloqueio B é dada por

$$B = \sum_{i_1=0}^M P_1(i_1) \cdot B_{2-4}(i_1) \quad (8)$$

onde $P_1(i_1)$ já foi definido em conexão com (5) e $B_{2-4}(i_1)$ tem significado análogo àquele de $B_{2-3}(i_1)$ em (5).

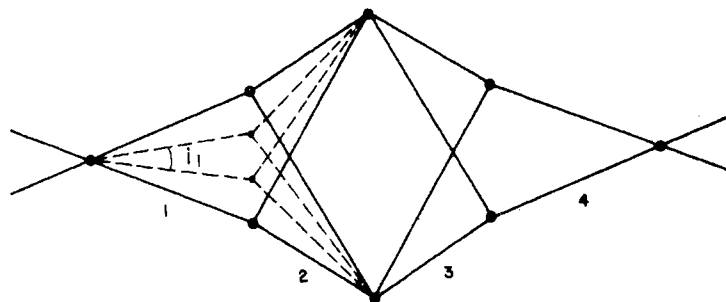


Figura 17. Hipótese de i_1 enlaces livres na parte 1 do grafo de conexão.

O grafo reduzido correspondente é mostrado na **Fig. 18**, já supondo que há i_4 enlaces livres na parte 4.

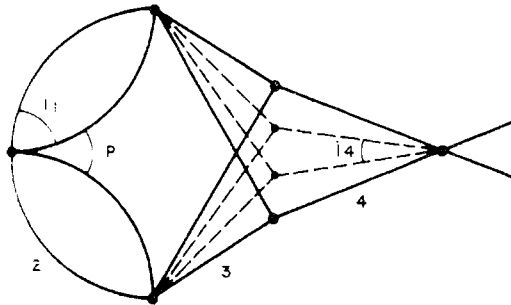


Figura 18. Hipótese de i_1 enlaces livres na parte 1 e i_4 na parte 4 do grafo de conexão.

Tem-se então

$$B_{2-4}(i_1) = \sum_{i_4=0}^M P_4(i_4) \cdot B_{2-3}(i_1, i_4) \quad (9)$$

onde, novamente, $P_4(i_4)$ e $B_{2-3}(i_1, i_4)$ têm significados análogos àqueles dos fatores correspondentes aparecendo em (8). O grafo de conexão reduzido final é mostrado na Fig. 19.

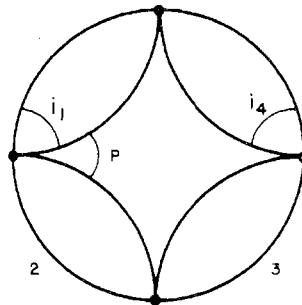


Figura 19. Grafo de conexão reduzido final.

Supondo independência entre as partes 2 e 3 do grafo e entre os grupos formados pelos i_1 e i_4 enlaces ligados em paralelo, o bloqueio pode ser calculado pela expressão

$$B = \sum_{i_1=0}^M P_1(i_1) \cdot \sum_{i_4=0}^M P_4(i_4) \cdot [B_2(i_1) + (1 - B_2(i_1)) \cdot B_3(i_4)]^P \quad (10)$$

onde $B_2(i_1)$ e $B_3(i_4)$ correspondem às probabilidades de bloqueio dos grupos formados, respectivamente, pelos i_1 e i_4 enlaces ligados em paralelo.

Vamos agora calcular $B_2(i_1)$, ou seja, queremos determinar a probabilidade de que i_1 enlaces determinados entre M pertencentes a um plano estejam ocupados. Seja $R_2(r)$ a probabilidade de que r enlaces em M estejam ocupados. Para que os i_1 enlaces determinados estejam ocupados o número r de enlaces ocupados deve ser maior ou igual a i_1 . Tem-se então que

$$B_2(i_1) = \sum_{r=i_1}^M R_2(r) \cdot \frac{\binom{r}{i_1}}{\binom{M}{i_1}} \quad (11)$$

Analogamente

$$B_2(i_4) = \sum_{r=i_4}^M R_3(r) \cdot \frac{\binom{r}{i_4}}{\binom{M}{i_4}} \quad (12)$$

onde $R_3(r)$ é a probabilidade de que, na parte 3 do grafo, r enlaces, entre M pertencentes a um plano, estejam ocupados.

As probabilidades $P_1(i_1)$, $R_2(r)$, $R_3(r)$ e $P_4(i_4)$ devem ser calculadas a partir de uma escolha conveniente de distribuições de probabilidade, levando em consideração as características da matriz. No caso da matriz do sistema TRÓPICO-R escolhemos a distribuição de Bernoulli para determinar a ocupação dos enlaces das partes 1 e 4 e a distribuição de Erlang para determinar a ocupação dos enlaces 2 e 3. Tem-se então que

$$P_1(i_1) = \binom{M}{i_1} a_1^{M-i_1} (1-a_1)^{i_1}$$

$$P_4(i_4) = \binom{M}{i_4} a_4^{M-i_4} (1-a_4)^{i_4}$$

$$R_2(r) = \frac{\frac{A_2^r}{r!}}{\sum_{i=0}^M \frac{A_2^i}{i!}}$$

$$R_{3,r} = \frac{\frac{A_3^r}{r!}}{\sum_{i=0}^M \frac{A_3^i}{i!}}$$

onde A_1 e A_2 correspondem às probabilidades de ocupação de um enlace da parte 1 e 4, respectivamente, e A_2 e A_3 correspondem aos tráfegos oferecidos, por plano de comutação, aos terminais de entrada e de saída, respectivamente.

9. Conclusões

O presente artigo faz um resumo dos principais métodos utilizados no cálculo de um importante requisito de grau de serviço de uma central telefônica: a probabilidade de bloqueio ponto a ponto da matriz de comutação. Em particular, é apresentado o método usado no cálculo da probabilidade de bloqueio ponto a ponto da matriz de comutação do sistema TRÓPICO-R.

De maneira geral, podemos afirmar que os passos a serem seguidos no cálculo da probabilidade de bloqueio ponto a ponto de uma matriz de comutação são:

- (i) encontrar o equivalente espacial do sistema;
- (ii) determinar o grafo de conexão, a partir do equivalente espacial;
- (iii) calcular a probabilidade de bloqueio utilizando um dos três métodos descritos, de acordo com as características dos sistemas de comutação:
 - grafo série-paralelo neutro: método de Leè
 - grafo série-paralelo com expansão: método de Krupp
 - grafo série-paralelo com concentração: método de Takagi
 - grafo teia de aranha: método de Takagi

A escolha das funções de distribuição que representarão a ocupação dos enlaces outro passo de suma importância [11]. Devem ser observadas as particularidades do sistema e a distribuição escolhida deve ser validada via simulação. Seguindo tal procedimento, a probabilidade de bloqueio em qualquer sistema de comutação pode ser calculada de forma rápida e com uma razoável aproximação aos valores reais.

Referências

- [1] "TRÓPICO-R — Central Local/Tandem Digital do Sistema TRÓPICO", Publicação CPD TELEBRÁS, Cartgraf 1/J.5, 1984.

- [2] C.Y. Lee, "Analysis of Switching Networks", Bell System Technical Journal, vol. 34, nº 6, Novembro 1955, pp. 1287–1315.
- [3] A. Joel Jr., "Digital Switching-How It Has Developed", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-27, nº 7, Julho 1979, pp. 948–959.
- [4] N.J. Skaperda, "Some Architectural Alternatives in the Design of a Digital Switch", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-27, nº 7, Julho 1979, pp. 961–972.
- [5] P. Voyer M. Ballard e B. Ledien, "Réseaux de Connexion Temporels à Grande Capacité", Commutation et Electronique, vol. 43, Outubro 1973.
- [6] C. Clos, "A Study of Non-Blocking Switching Networks", Bell System Technical Journal, vol. 32, nº 2, Março 1953, pp. 406–424.
- [7] R.S. Krupp, "Analysis of Toll Switching Networks", Bell System Technical Journal, vol. 55, nº 7, Setembro 1976, pp. 843–856.
- [8] K. Takagi e M. Itoh, "Internal Blocking Probabilities of Eight-Stage Link Systems for Electronic Switching Systems", Review of the Electrical Communication Laboratories, Japão, vol. 18, nºs 11–12, 1970.
- [9] K. Takagi e K. Kodaira, "A General Purpose Blocking Probability Calculation Program for Multi-Stage Link Systems", Proceedings of the Eighth International Teletraffic Conference, pp. 331/1–331/8, Melbourne, Austrália, 1976.
- [10] C. Jacobaeus, "A Study of Congestion in Link Systems", Ericsson Technics, nº 48, 1950.
- [11] A.K. Erlang, "Solution of Some Problems in Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges", Elektrotekniker, vol. 13, 1917.



JORGE MOREIRA DE SOUZA concluiu o curso de Engenharia Elétrica e obteve o grau de Mestre em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RIO) em 1971 e 1975, respectivamente. Obteve o grau de Docteur d'Etat no Institut National Polytechnique de Toulouse em 1981. Foi professor do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC/RIO até 1982. Ingressou então no Departamento de Comutação do Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da TELEBRÁS, onde é atualmente responsável pela área de qualidade de sistemas. Suas áreas de interesse são avaliação de tráfego, confiabilidade, metodologia de teste de sistemas, simulação de tráfego.



MARTA R. DE BASTOS MARTINI concluiu o curso de Engenharia Elétrica na Universidade Federal do Pará em 1980 e obteve o grau de Mestre em Engenharia Elétrica na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em 1984. Está atualmente matriculada no programa de doutorado do Departamento de Engenharia Elétrica da UNICAMP e trabalha no Departamento de Comutação do Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da TELEBRÁS. Suas áreas de interesse são pesquisa operacional, tráfego e confiabilidade.



CAIO C. BONILHA RODRIGUES concluiu o curso de Engenharia Elétrica na Universidade Federal do Rio Grande do Sul em 1978. Está atualmente matriculado no programa de mestrado do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas. De 1982 a 1985 trabalhou no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) da TELEBRÁS e, a partir de 1986, está na ELEBRA-TELECOM. Suas áreas de interesse são telecomunicações, tráfego e metodologia de projeto de sistemas telemáticos.